SSLC MATHS TARGET-40

ಗಣಿತ ಸಿರಿ 2024–25

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ ಸ್ಟಡಿ ಪ್ಯಾಕೇಜ್

ಶ್ರೀ ನಾಗರಾಜ ಬ ಹಳ್ಳಕೇರಿ ಸ.ಪ್ರೌ.ಶಾಲೆ ಹೆಸರೂರ ತಾ॥ ಮುಂಡರಗಿ

SSLC MATHS TARGET-40

ಕ್ರ.ಸಂ	ಘಟಕದ ಹೆಸರು	ಕೇಳಬಹುದಾದ ಅತೀ ಸಂಭವನೀಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	ಅಂಕಗಳು
1	ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	❖ ದತ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುವದು. ❖ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವದು.	1 2
2	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು	❖ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಡಿಗ್ರಿ ಬರೆಯುವದು ಅಥವಾ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು. ❖ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡುವದು.	1 2/3
3	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ	❖ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವದು. ❖ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವದು.	2 4
4	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು	❖ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವದು. ಅಥವಾ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸುದು.	2
5	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು	❖ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ (a_n)ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು. ❖ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ (s_n)ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.	1/2 2
6	ತ್ರಿಭುಜಗಳು	❖ ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ ಅಥವಾ ಕೋ–ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಮೇಯ ಅಥವಾ ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಮರೂಪತೆ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಮೇಯ ನಿರೂಪಣೆ ಮತ್ತು ಸಾಧನೆ. ❖ ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ ಅಥವಾ ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯ ನಿರೂಪಿಸುವದು	4/5 1
7	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	❖ ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು. ❖ ಭಾಗಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರದಿಂದ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.	2 2/3
8	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	❖ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು. ❖ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ವಿಲೋಮನುಪಾತಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವದು.	2 1
10	ವೃತ್ತಗಳು	❖ ಪ್ರಮೇಯ 10.1 ವೃತ್ತದ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಥವಾ ❖ ಪ್ರಮೇಯ 10.2 ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.	3
11	ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	❖ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಹಾಗೂ ಕಂಸದ ಉದ್ದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.	3
12	ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು	❖ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳ ಸೂತ್ರಗಳು.	2
13	ಸಂಖ್ಯಾ ಶಾಸ್ತ್ರ	❖ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ ಅಥವಾ ಬಹುಲಕ ಅಥವಾ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.	3
14	ಸಂಭವನೀಯತೆ	❖ ಖಚಿತ ಘಟನೆ, ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಮತ್ತು ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು. ❖ ಒಂದು ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.	1 2
	ಒಟ್ಟು		40

1. ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

- ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲಪ್ರಮೇಯ (ಪ್ರಮೇಯ 1.1)
  ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು. ಮತ್ತು ಈ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಘಟಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಅನನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
- (a,b) ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ $\times$ (a,b) ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ = $a \times b$
- ಪ್ರಮೇಯ 1.2 : ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ p ಯು a^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸದರೆ ಆಗ, p ಯು a ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

1 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ ಮ.ಸಾ.ಅ (a,b) $\times$ ಲ.ಸಾ.ಅ(a,b) ಇದಕ್ಕೆ ಸಮನಾದದ್ದು

A) a + b B) a − b
C) a × b D) a ÷ b (***April* − 2019**)

ಸರಿ ಉತ್ತರ : C) a × b

2) 72 ಮತ್ತು 120 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ 24 ಆದರೆ, ಅವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ.

A) 36 B) 720
C) 360 D) 72 (***June* − 2019**)

ಪರಿಹಾರ :

(a,b) ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ $\times$ (a,b) ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ = $a \times b$

24 $\times$ (72,120) ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ = 72 $\times$ 120

(72,120) ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ = $\frac{72\times120}{24}$

(72,120) ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ = 360

ಸರಿ ಉತ್ತರ : C) 360

3) 96 ನ್ನು ಅವುಗಳ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳಾಗಿ ಬರೆಯಿರಿ. (***June* − 2019**)

ಪರಿಹಾರ : 96 $= 2\times2\times2\times2\times2\times3$

$= 2^5 \times 3$

4) $\frac{23}{20}$ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದವನ್ನು $2^n \times 5^m$ ರೂಪಕ್ಕೆ ತಂದು, ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ಅಥವಾ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆ ಹೊಂದಿದೆಯೇ ಬರೆಯಿರಿ. (***June* − 2020**)

ಪರಿಹಾರ : 20 $= 2\times2\times5 = 2^2\times5$

$\frac{23}{20}$ ಈ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

5) ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಹಾಗೂ ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (***Sep* − 2020**)

ಪರಿಹಾರ : ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ 2, ಹಾಗೂ ಅತೀ ಚಿಕ್ಕ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ 4 ಆಗಿವೆ.

2, $4=2^2$

$\therefore$ 2 ಮತ್ತು 4 ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ=2 ಆಗಿದೆ.

6) $\frac{7}{80}$ ರ ಛೇದವನ್ನು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ. (***April* − 2023**)

ಪರಿಹಾರ : 80 $= 2\times2\times2\times2\times5 = 2^4\times5$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

$\frac{17}{40}$ ರ ಛೇದವನ್ನು $2^m \times 5^n$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ. ಮತ್ತು n ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (***Exam* − 3 − 2024**)

7) ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ (***June* − 2023**)

A) 0 B) 2 C) 1 D) − 1

ಸರಿ ಉತ್ತರ : C) 1

8) 15 ಮತ್ತು 20 ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು (*Exam* − 1 − 2024)

A) 15 B) 20 C) 300 D)35

ಪರಿಹಾರ :

(a,b) ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ $\times$ (a,b) ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ = $a \times b$

$= 15 \times 20 = 300$

ಸರಿ ಉತ್ತರ : C) 300

9) $200 = 2^m \times 5^n$ ಆದರೆ, m ಮತ್ತು n ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($Exam - 1 - 2024$)

ಪರಿಹಾರ : $200 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$= 2^3 \times 5^2$

$m = 3$ ಮತ್ತು $n = 2$

10) 70 ನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ. ($Exam - 2 - 2024$)

ಪರಿಹಾರ : $70 = 2 \times 5 \times 7$

11) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 3 ಮತ್ತು 60 ಆಗಿವೆ. ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು 12 ಆದರೆ, ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

($Preperatory\ exam\ 2023, 2\ marks$)

ಪರಿಹಾರ : $a = 12 \quad b = ?$

(a, b) ಗಳ ಮ..ಸಾ.ಅ $\times$ (a, b) ಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ = $a \times b$

$$3 \times 60 = 12 \times b$$

$$\frac{3 \times 60}{12} = b$$

$$b = 15$$

ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವದು

1) $2\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ :

$2\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore 2\sqrt{3} = \frac{p}{q}$ ಆಗಿರಲಿ $[p, q \in z, q \neq 0]$

$\sqrt{3} = \frac{p}{2q}$

$\frac{p}{2q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ.

ಇದು ವೈರುಧ್ಯವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು

$\therefore 2\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ .

2) $3 + \sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ :

$3 + \sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore 3 + \sqrt{5} = \frac{p}{q}$ ಆಗಿರಲಿ $[p, q \in z, q \neq 0]$

$\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$

$\sqrt{5} = \frac{p-3q}{q}$

$\frac{p-3q}{q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ.

ಇದು ವೈರುಧ್ಯವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು

$\therefore 3 + \sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ .

4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ :

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{p}{q}$ ಆಗಿರಲಿ $[p, q \in z, q \neq 0]$

$\sqrt{3} = \frac{2p}{q}$

$\frac{2p}{q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

$\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಲ್ಲ.

ಇದು ವೈರುಧ್ಯವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ .

5) $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ : $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore \sqrt{5} = \frac{p}{q}$ ಆಗಿರಲಿ $[p, q \epsilon z, q \neq 0, (p, q) = 1]$

$\sqrt{5}q = p$

ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ

$(\sqrt{5}q)^2 = (p)^2$

$5q^2 = p^2 - - - - -(1)$

$\Rightarrow 5$ ಇದು p^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$\Rightarrow 5$ ಇದು p ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$\therefore p = 5k$ ಆಗಿರಲಿ

ಎರಡೂ ಕಡೆ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ

$p^2 = (5k)^2 - - - - -(2)$

2 ರಲ್ಲಿ 1ನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$\Rightarrow 5q^2 = 25k^2$

$\Rightarrow q^2 = 5k^2$

$\Rightarrow 5$ ಇದು q^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$\Rightarrow 5$ ಇದು q ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

$\therefore$ p & q ಗಳೆರಡು ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ 5 ನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ ಇದು ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ವೈರುಧ್ಯವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.

$\therefore$ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು

$\therefore$ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

1) $5 - \sqrt{3}$

2) $2+\sqrt{3}$ $(June 2023, 2\ marks)$

3) $5+\sqrt{3}$ $(June - 2019, April; -2023, 2\ marks)$

4) $3 + \sqrt{2}$ $(Preperatory\ exam 2023, \quad Exam - 1 - 2024)$

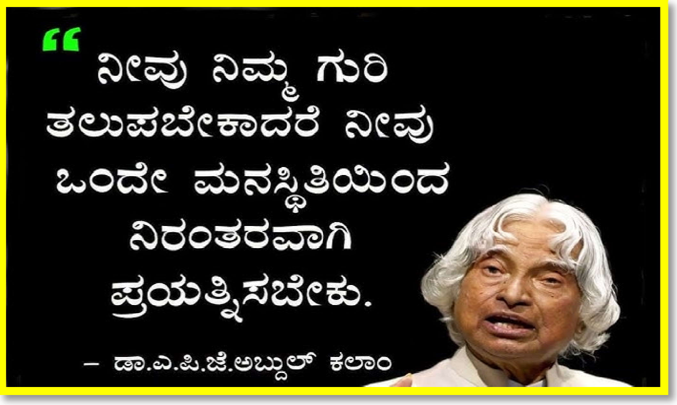
5) $2 + \sqrt{3}$ $(Exam - 2\ \&\ 3 - 2024,)$

6) $\sqrt{2}$

7) $\sqrt{3}$ $(September - 2020, 3\ marks)$

8) $\frac{\sqrt{2}}{5}$

9) $3 - \sqrt{5}$



2. ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

$ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು α ಮತ್ತು β ಆದರೆ,

- ➢ ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ : $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$
- ➢ ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ : $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

ಮೂಲಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತು ಮೂಲಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $= x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$

1 ಅಂಕದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1) $p(x) = x^2 - 3$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶುನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(April - 2019)$

ಪರಿಹಾರ : $p(x) = x^2 - 3$

$$x^2 - 3 = 0$$
$$x^2 = 3$$
$$x = \pm\sqrt{3}$$

$x = +\sqrt{3}$ ಮತ್ತು $x = -\sqrt{3}$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

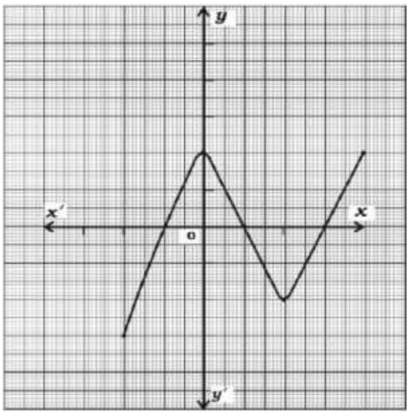
$p(x) = x^2 - 25$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(Exam - 2 - 2024)$

2) $p(x) = 2x^2 - x^3 + 5$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ) ಬರೆಯಿರಿ. $(April - 2019)$

ಪರಿಹಾರ : ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ)= 3

3) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಕ್ಷೆ $y = p(x)$ ನಲ್ಲಿ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು

$(June - 2019)$



$A)$ 4 $B)$ 3 $C)$ 2 $D)$ 7

ಸರಿ ಉತ್ತರ : B) 3

4) $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ) ಬರೆಯಿರಿ. $(June - 2019)$

ಪರಿಹಾರ : ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ)= 3

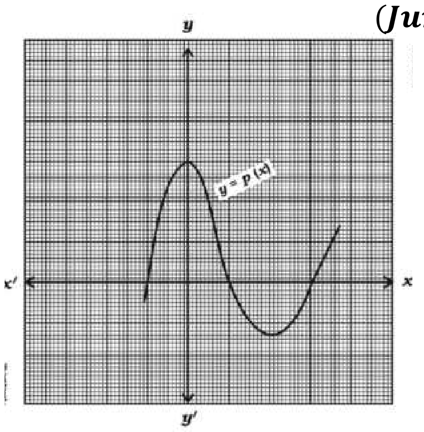
5) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಡಿಗ್ರಿ (ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ)

$(June - 2020)$

$A)$ 0 $B)$ 1 $C)$ 2 $D)$ 3

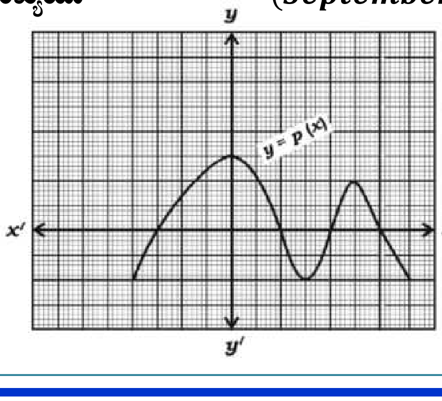
ಸರಿ ಉತ್ತರ : B) 1

6) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಕ್ಷೆಯು $y = p(x)$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತದೆ. $p(x)$ ಹೊಂದಿರುವ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಬರೆಯಿರಿ. $(June - 2020)$



ಪರಿಹಾರ : ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ= 3

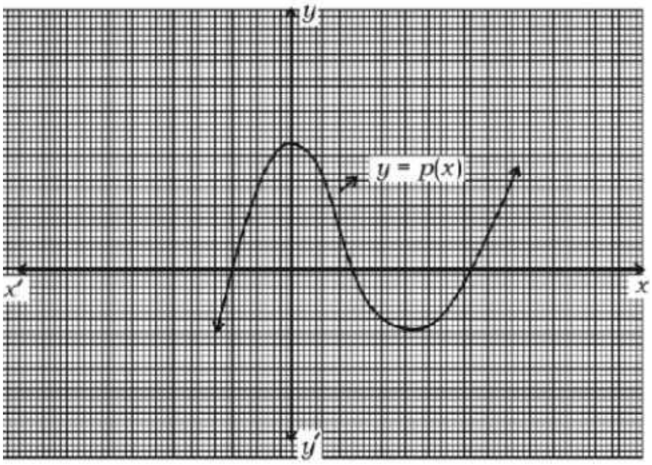
7) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ $y = p(x)$ ನಲ್ಲಿ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $(September - 2020)$



$A)$ 3 $B)$ 5 $C)$ 4 $D)$ 2

ಸರಿ ಉತ್ತರ : C) 4

8) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ $y = p(x)$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಹೊಂದಿರುವ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು $(April - 2023)$



$A)$ 3 $B)$ 2 $C)$ 1 $D)$ 4

ಸರಿ ಉತ್ತರ : A) 3

9) $p(x) = 3x^3 - x^4 + 2x^2 + 5x + 2$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ) ಬರೆಯಿರಿ.

$(April - 2023)$

ಪರಿಹಾರ : ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ)= 4

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

$p(x) = 5x^2 - 6x^3 - 7x + 1$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ) ಬರೆಯಿರಿ. $(Exam - 2 - 2024)$

10) $p(x) = 3x^3 - 8x^2 + 6x - 3$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ) $(June - 2023)$

$A)$ 3 $B)$ 2 $C)$ 1 $D)$ 0

ಸರಿ ಉತ್ತರ : A) 3

11) $p(x) = x^2 - 5x + 6$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(June - 2023)$

ಪರಿಹಾರ : $a = 1,\ b = -5,\ c = 6$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{1} = 5$$

12) $p(x) = x(x^2 + 3) + 5x^2 + 7$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತವನ್ನು (ಡಿಗ್ರಿ) ಬರೆಯಿರಿ.

$(Exam - 1 - 2024)$

ಪರಿಹಾರ : $p(x) = x(x^2 + 3) + 5x^2 + 7$

$p(x) = x^3 + 3x + 5x^2 + 7$

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ (ಡಿಗ್ರಿ)= 3

ಒಂದು ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು ಅಥವಾ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.

1. $p(x) = x^2 + 7x + 10$ ಈ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

$(\boldsymbol{April - 2023, 3\ marks})$

ಪರಿಹಾರ: $p(x) = x^2 + 7x + 10$

+10 → (+5) (+2)

$= x^2 + 5x + 2x + 10$

$= x(x+5) + 2(x+5)$

$= (x+2)(x+5)$

$\therefore x + 2 = 0$ ಮತ್ತು $x + 5 = 0$

$x = -2$ ಮತ್ತು $x = -5$

$\therefore$ ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು -2 ಮತ್ತು -5 ಆಗಿವೆ.

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ, $\alpha+\beta = \frac{-b}{a}$

$-2 - 5 = \frac{-7}{1}$

$-7 = -7$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

$(-2)(-5) = \frac{10}{1}$

$10 = 10$

1. $p(x) = 4x^2 - 4x - 3$ ಈ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

ಪರಿಹಾರ: $p(x) = 4x^2 - 4x - 3$

−12 → (-6) (+2)

$= 4x^2 - 6x + 2x - 3$

$= 2x(2x-3) + 1(2x-3)$

$= (2x-3)(2x+1)$

$\therefore 2x - 3 = 0$ ಮತ್ತು $2x + 1 = 0$

$2x = 3$ ಮತ್ತು $2x = -1$

$\boldsymbol{x = \frac{3}{2}}$ ಮತ್ತು $\boldsymbol{x = \frac{-1}{2}}$

$\therefore$ ದತ್ತ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು $\frac{3}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{-1}{2}$ ಆಗಿವೆ.

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ, $\alpha+\beta = \frac{-b}{a}$

$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{-(-4)}{4}$

$\frac{2}{2} = \frac{4}{4}$

$1 = 1$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

$\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-3}{4}$

$\frac{-3}{4} = \frac{-3}{4}$

3. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕ್ರಮವಾಗಿ $\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು -1 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $\alpha+\beta = \frac{1}{4}$, $\alpha\beta = -1$

ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $= x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$

$= x^2 - \left(\frac{1}{4}\right)x + (-1)$

$= x^2 - \frac{1}{4}x - 1$

$= 4x^2 - x - 4$

4. ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ ಕ್ರಮವಾಗಿ -3 ಮತ್ತು 2 ಆಗಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $\alpha+\beta = -3$, $\alpha\beta = 2$

ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $= x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta$

$= x^2 - (-3)x + (2)$

$= x^2 + 3x + 2$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) $x^2 + 2x + 1$ 2) $4x^2 - 3x - 1$

3) $x^2 - 7x + 10$ 4) $x^2 + 5x - 14$

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನಾಗಿ ಹೊಂದಿರುವ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

1) $\frac{3}{2}, \frac{-1}{3}$ 2) $4, 1$

3) $\frac{-9}{2}, \frac{-3}{2}$ 4) $\frac{-8}{5}, -1$

5) $7, 12$ $(\boldsymbol{Exam - 2 - 2024})$

3. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

➢ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ

$a_1x + b_1y + c_1 = 0,$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$

➢ ಅನುಪಾತಗಳ ಹೋಲಿಕೆ

ಅನುಪಾತಗಳ ಹೋಲಿಕೆ	ನಕ್ಷೆಯ ಸ್ವರೂಪ	ಪರಿಹಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಮೀಕರಣದ ಸ್ಥಿರತೆ
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಛೇಧಿಸುತ್ತವೆ	ಒಂದೇ ಪರಿಹಾರ (ಅನನ್ಯ)	ಸ್ಥಿರ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ	ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರ (ಅನಂತ)	ಅವಲಂಬಿತ ಸ್ಥಿರ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ	ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ

ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷಗಳುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು. (೨ ಅಂಕಗಳಿಗಾಗಿ)

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$(\textbf{March} - \textbf{2019}, \textbf{2 marks})$

$x + y = 5$

$2x - 3y = 4$

ಪರಿಹಾರ : $x + y = 5 - - - - (1) \times 2$

$2x - 3y = 4 - - - - (2)$

ಸಮೀಕರಣ 1 ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ

$2x + 2y = 10 - - - - (3)$

ಸಮೀಕರಣ 3 ರಿಂದ 2 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ

$2x + 2y = 10$

$2x - 3y = 4$

$(-) \quad (+) \quad (-)$

$5y = 6$

$\therefore y = \frac{6}{5}$

$\therefore y = \frac{6}{5}$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ 1 ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x + y = 5$

$x + \frac{6}{5} = 5$

$x = 5 - \frac{6}{5}$

$x = \frac{25 - 6}{5}$

$x = \frac{19}{5}$

$\therefore$ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ $\left(\frac{19}{5}, \frac{6}{5}\right)$ ಪರಿಹಾರ ಆಗಿದೆ.

2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದಬಿಡಿಸಿ.

$2x + y = 10$

$3x - y = 5$

ಪರಿಹಾರ :

$2x + y = 10 - - - - (1)$

$3x - y = 5 - - - - (2)$

ಸಮೀಕರಣ 1 ಮತ್ತು 2 ಗಳನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ

$2x + y = 10$

$3x - y = 5$

$5x = 15$

$x = \frac{15}{5}$

$\therefore x = 3$

$\therefore x = 3$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ 1 ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$2x + y = 10$

$2(3) + y = 10$

$6 + y = 10$

$y = 10 - 6$

$y = 4$

$\therefore$ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ $(3, 4)$ ಪರಿಹಾರ ಆಗಿದೆ.

3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$3x + y = 9$

$4x + y = 11$

ಪರಿಹಾರ :

$3x + y = 9 - - - - (1)$

$4x + y = 11 - - - - (2)$

ಸಮೀಕರಣ 2 ರಲ್ಲಿ 1 ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ

$4x + y = 11$

$3x + y = 9$

$(-) \quad (-) \quad (-)$

$x = 2$

$\therefore x = 2$

$\therefore x = 2$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ 1 ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$3x + y = 9$

$3(2) + y = 9$

$6 + y = 9$

$y = 9 - 6$

$y = 3$

$\therefore$ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ $(2, 3)$ ಪರಿಹಾರ ಆಗಿದೆ.

ವಾರ್ಷಿಕ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

1. $x + y = 14$ ಮತ್ತು $x - y = 4$ $(June - 2019, 2\ marks)$
2. $2x + y = 11$ ಮತ್ತು $x + y = 8$ $(June - 2020, 2\ marks)$
3. $2x + 3y = 11$ ಮತ್ತು $2x - 4y = -24$ $(September - 2020, 2\ marks)$
4. $2x + y = 8$ಮತ್ತು $x - y = 1$ $(March - 2022, 2\ marks\ \&\ Exam - 2 - 2024)$
5. $2x + 3y = 7$ ಮತ್ತು $2x + y = 5$ $(June - 2022, 2\ marks)$
6. $3x + y = 12$ ಮತ್ತು $x + y = 6$ $(April - 2023, 2\ marks)$
7. $x + y = 10$ ಮತ್ತು $2x - y = 8$ $(June - 2023, 2\ marks)$
8. $2x + y = 8$ ಮತ್ತು $3x - y = 7$ $(Exam - 1 - 2024)$
9. $x + 2y = 5$ ಮತ್ತು $x - y = 2$ $(Exam - 3 - 2024)$

ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವದು.

i) $2x + y = 6$ ಮತ್ತು $2x - y = 2$ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ. $(March - 2019)$

ಪರಿಹಾರ :

$$2x + y = 6 - - - (1)$$
$$y = 6 - 2x$$

x	0	1
y	6	4

$i)$ $x = 0$ ಆದಾಗ $y = 6 - 2(0) = 6 - 0 = 6$

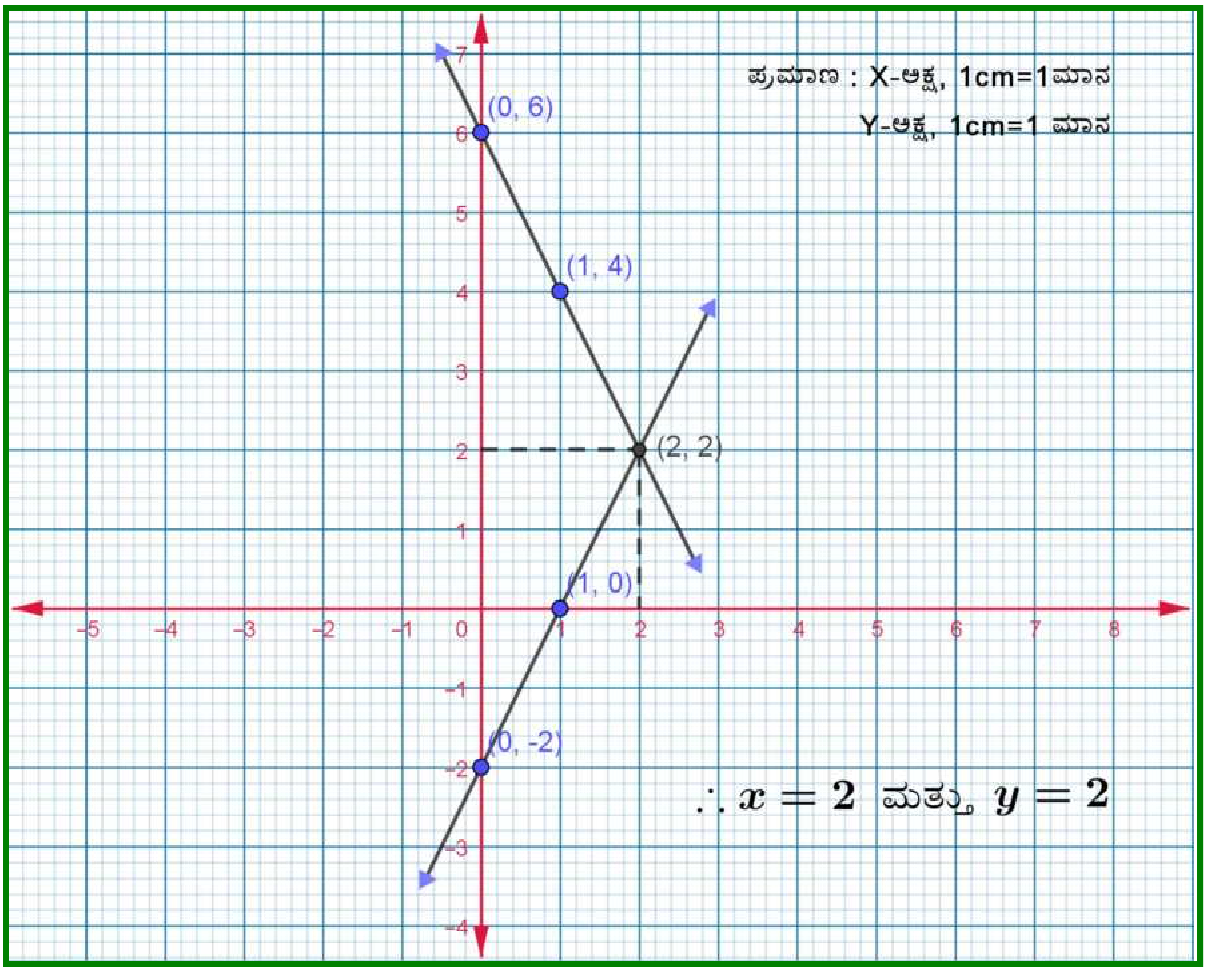
$ii)$ $x = 1$ ಆದಾಗ $y = 6 - 2(1) = 6 - 2 = 4$

$$2x - y = 2 - - - (1)$$
$$-y = 2 - 2x$$
$$y = -2 + 2x$$

x	0	1
y	-2	0

$i)$ $x = 0$ ಆದಾಗ $y = -2 + 2(0) = -2 + 0 = -2$

$ii)$ $x = 1$ ಆದಾಗ $y = -2 + 2(1) = -2 + 2 = 0$



$ii)$ $2x - y = 2$ & $4x - y = 4$ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ :

$$2x - y = 2 \quad ---(1)$$
$$-y = 2 - 2x$$
$$y = -2 + 2x$$

x	0	1
y	-2	0

$i)$ $x = 0$ ಆದಾಗ $y = -2 + 2(0) = -2 + 0 = -2$

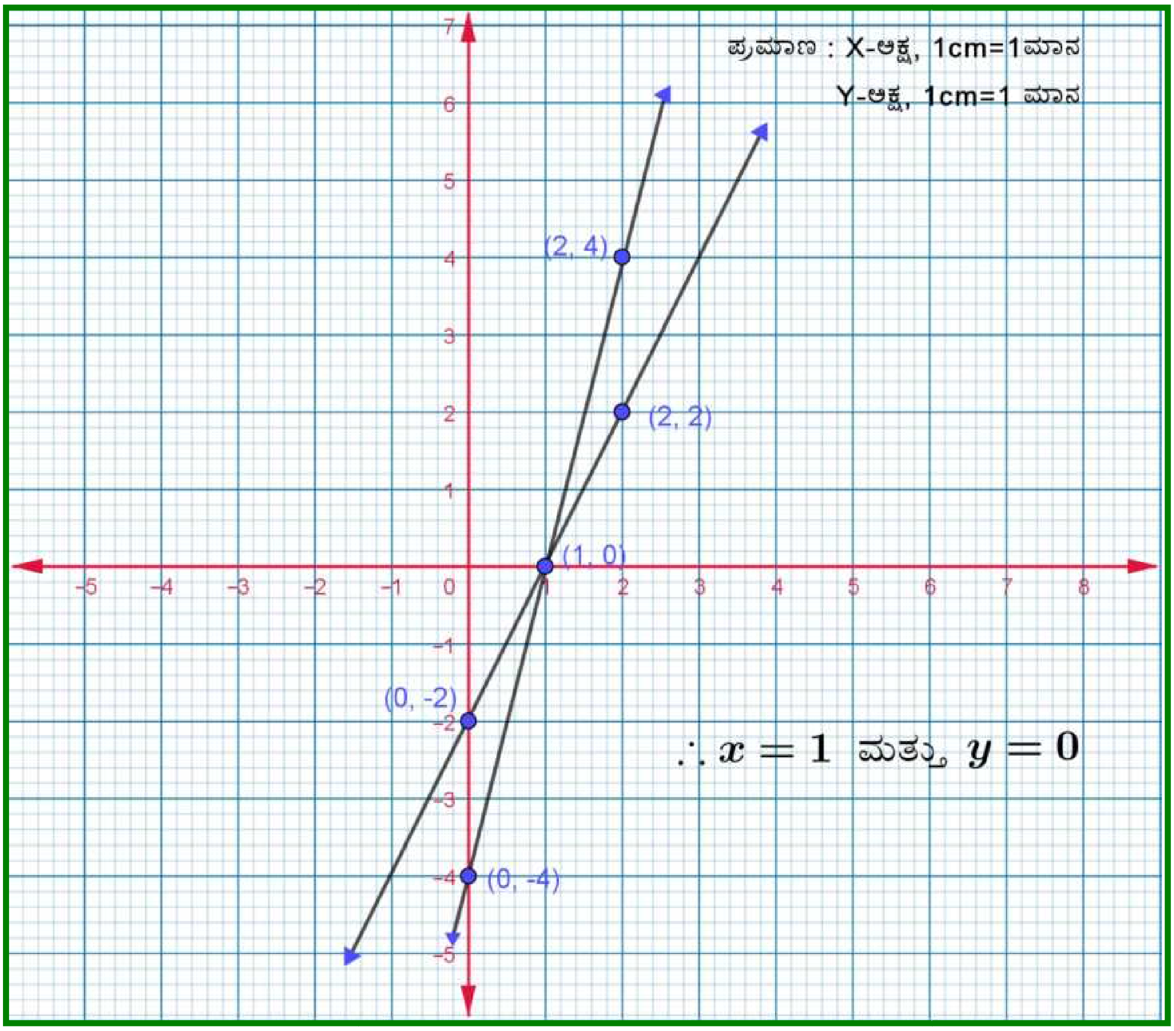
$ii)$ $x = 1$ ಆದಾಗ $y = -2 + 2(1) = -2 + 2 = 0$

$$4x - y = 4 \quad ---(2)$$
$$-y = 4 - 4x$$
$$y = -4 + 4x$$

x	0	1
y	-4	0

$i)$ $x = 0$ ಆದಾಗ $y = -4 + 4(0) = -4 + 0 = -4$

$ii)$ $x = 1$ ಆದಾಗ $y = -4 + 4(1) = -4 + 4 = 0$



$\therefore x = 1$ ಮತ್ತು $y = 0$

ಅಭ್ಯಾಸ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

$i)$ $2x + y = 8$ ಮತ್ತು $x - y = 1$ $(june - 2019)$

$ii)$ $x + y = 7$ ಮತ್ತು $3x - y = 1$ $(june - 2020)$

$iii)$ $2x + y = 8$ ಮತ್ತು $x + y = 5$ $(september - 2020$ & $Exam - 1 - 2024)$

$vi)$ $x + 2y = 6$ ಮತ್ತು $x + y = 5$ $(March - 2022)$

$v)$ $2x - y = 7$ ಮತ್ತು $x - y = 2$ $(June - 2022)$

$vi)$ $2x + y = 8$ ಮತ್ತು $x - y = 1$ $(April - 2023, 4\ marks)$

$vii)$ $x + y = 5$ ಮತ್ತು $2x + y = 6$ $(June - 2023, 4\ marks)$

$viii)$ $x + y = 5$ ಮತ್ತು $3x - y = 3$ $(Preperatory\ exam - 2023, 4\ marks)$

$ix)$ $x + 2y = 6$ ಮತ್ತು $x + y = 4$ $(Exam - 2$ & $Exam - 3 - 2024)$

4. ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳು

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ : $ax^2 + bx + c = 0$
- ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
- ಶೋಧಕ : $\Delta = b^2 - 4ac$
- ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ $\Delta = 0$ ಆದಾಗ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ, $\Delta > 0$ ಆದಾಗ ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ
  $\Delta < 0$ ಆದಾಗ ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸುವದು

1. $3x^2 - 5x + 2 = 0$ **ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.**

ಪರಿಹಾರ :

$3x^2 - 5x + 2 = 0$

$3x^2 - 3x - 2x + 2 = 0$

$3x(x-1) - 2(x-1) = 0$

$(x-1)(3x-2) = 0$

$x - 1 = 0$ ಅಥವಾ $3x - 2 = 0$

$x = 1$ ಅಥವಾ $3x = 2$

$x = 1$ $\quad x = \frac{2}{3}$

6 → -3, -2

$\therefore$ ದತ್ತ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು 1 ಮತ್ತು $\frac{2}{3}$ ಆಗಿವೆ.

2. $\mathbf{2x^2 + x - 3 = 0}$ **ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.**

ಪರಿಹಾರ :

$2x^2 + x - 3 = 0$

$2x^2 + 3x - 2x - 3 = 0$

$x(2x+3) - 1(2x+3) = 0$

$(2x+3)(x-1) = 0$

$2x + 3 = 0$ ಅಥವಾ $x - 1 = 0$

$2x = -3$ ಅಥವಾ $x = 1$

$x = \frac{-3}{2}$ $\quad x = 1$

-6 → +3, -2

$\therefore$ ದತ್ತ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳು $\frac{-3}{2}$ ಮತ್ತು 1 ಆಗಿವೆ.

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

1. $2x^2 - 5x - 3 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ. **(March – 2019, 2 marks)**
2. $x^2 - 3x - 10 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ. **(June – 2019, 2 marks)**
3. $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ಈ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(Exam – 1 – 2024)**
4. $6x^2 - x - 2 = 0$ ಈ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. $2x^2 + x - 6 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
6. $100x^2 - 20x + 1 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
7. $x^2 + 4x + 4 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
8. $3x^2 - 5x - 2 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
9. $x^2 - 5x - 6 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
10. $x^2 - 7x + 12 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
11. $x^2 - x - 6 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
12. $x^2 + x - 6 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.
13. $2x^2 - x - 3 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸುದು

1. $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $\mathbf{2x^2 - 3x + 5 = 0}$

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ *ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ*

ಇಲ್ಲಿ $a = 2, b = -3, c = 5$ *ಆದಾಗ*

ಶೋಧಕ $= b^2 - 4ac$

$= (-3)^2 - 4(2)(5)$

$= 9 - 40$

$= -31$

$\therefore b^2 - 4ac < 0$

$\therefore$ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣವು ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

$2x^2 - 6x + 3 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $(\boldsymbol{MQP.1 - 2021, 2\ marks})$

ಪರಿಹಾರ : $\mathbf{2x^2 - 6x + 3 = 0}$

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ *ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ*

ಇಲ್ಲಿ $a = 2, b = -6, c = 3$ *ಆದಾಗ*

ಶೋಧಕ $= b^2 - 4ac$

$= (-6)^2 - 4(2)(3)$

$= 36 - 24$

$= 12$

$\therefore b^2 - 4ac > 0$

$\therefore$ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣವು ವಿಭಿನ್ನವಾದ ಎರಡು ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನು ಹೊಂದಿದೆ.

2. $100x^2 - 20x + 1 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $100x^2 - 20x + 1 = 0$

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ *ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ*

ಇಲ್ಲಿ $a = 100, b = -20, c = 1$ *ಆದಾಗ*

ಶೋಧಕ $= b^2 - 4ac$

$= (-20)^2 - 4(100)(1)$

$= 400 - 400$

$= 0$

$\therefore b^2 - 4ac = 0$

$\therefore$ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣವು ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. .

3. $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ *ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ*

ಇಲ್ಲಿ $a = 3, b = -2, c = \frac{1}{3}$ *ಆದಾಗ*

ಶೋಧಕ $= b^2 - 4ac$

$= (-2)^2 - 4(3)\left(\frac{1}{3}\right)$

$= 4 - 4$

$= 0$

$\therefore b^2 - 4ac = 0$

$\therefore$ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣವು ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. .

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

1. $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $(\boldsymbol{June - 2020, 2\ marks})$

2. $2x^2 - 5x - 1 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ ಬರೆಯಿರಿ. $(\boldsymbol{September - 2020, 2\ marks})$

3. $2x^2 + x + 4 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿ $(\boldsymbol{Preperatory - 2020, 2\ marks})$

4. $x^2 + 4x + 4 = 0$ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ $(\boldsymbol{March - 2022, 2\ marks})$

5. $4x^2 - 12x + 9 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. $(\boldsymbol{June - 2022, 2\ marks})$

5. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

1) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ : $a, a+d, a+2d, a+3d \dots\dots\dots a+(n-1)d.$

2) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ: $a_n = a+(n-1)d$

3) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ : $S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

4) ಸ.ಶ್ರೇ. ಯ ಮೊದಲ ಪದ ಚಿ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ a_n ಗೊತ್ತಿದ್ದಾಗ ಮೊತ್ತ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ : $S_n = \frac{n}{2}[a+a_n]$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.

1) $3, 8, 13, 18, \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 20 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 3,$

$d = 8-3 = 5,\ a_{20} = ?$

$n = 20$

$a_n = a+(n-1)d$

$a_{20} = 3+(20-1)5$

$a_{20} = 3+19\times 5$

$a_{20} = 3+95$

$a_{20} = 98$

2) $10, 7, 4, \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 30 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 10,$

$d = 7-10 = -3,$

$a_{30} = ? \quad n = 20$

$a_n = a+(n-1)d$

$a_{30} = 10+(30-1)(-3)$

$a_{30} = 10+29(-3)$

$a_{30} = 10-87$

$a_{30} = -77$

3) $5, 11, 17, 13, \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 15 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 5$

$d = 11-5 = 6,\ a_{15} = ?$

$n = 15$

$a_n = a+(n-1)d$

$a_{15} = 5+(15-1)6$

$a_{15} = 5+14\times 6$

$a_{15} = 6+84$

$a_{15} = 90$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

1. $5, 8, 11 \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 30 ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (*March – 2022, 2 marks*)
2. $2, 5, 8 \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 12 ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (*June – 2022, 2 marks*)
3. $4, 7, 10 \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 20 ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (*April – 2023, 2 marks*)
4. $5, 9, 13 \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 20 ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (*june – 2023, 2 marks*)
5. $3, 7, 11 \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 26 ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (*Preperatory exam – 2023, 2 marks*)

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.

1. $2, 7, 12, \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (*MQP.2 – 2021, 2 marks*)

ಪರಿಹಾರ : $a = 2,\ d = 7-2 = 5,\ S_{10} = ? \quad n = 10$

$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$S_{10} = \frac{10}{2}[2(2)+(10-1)5]$

$S_{10} = 5[4+9(5)]$

$S_{10} = 10[4+45]$

$S_{10} = 10\times 49$

$S_{10} = 490$

2. $5, 11, 17, \dots\dots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 25 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 5,\ d = 11-5 = 6,\ S_{25} = ?\ n = 25$

$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$S_{25} = \frac{25}{2}[2(5)+(25-1)6]$

$S_{25} = \frac{25}{2}[10+24(6)]$

$S_{25} = \frac{25}{2}[10+144]$

$S_{25} = \frac{25}{2}\times 154$

$S_{25} = 25\times 77$

$S_{25} = 1975$

4. $10, 7, 4, \ldots \ldots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 50 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 10,\ d = 7 - 10 = -3,\ S_{50} = ?\ n = 50$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{25} = \frac{50}{2}[2(10) + (50-1)(-3)]$$

$$S_{25} = 25[20 + 49(-3)]$$

$$S_{25} = 25[20 - 147]$$

$$S_{25} = 25 \times (-127)$$

$$S_{25} = -3175$$

3. $6, 10, 14, \ldots \ldots$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 6,\ d = 10 - 6 = 4,\ S_{20} = ?\ n = 20$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}[2(6) + (20-1)4]$$

$$S_{20} = 10[12 + 19(4)]$$

$$S_{20} = 10[12 + 76]$$

$$S_{20} = 10 \times (88)$$

$$S_{25} = 880$$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

1. $2 + 7 + 12 + ---$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(March - 2019, 2\ marks)$
2. $5 + 8 + 11 + ---10$ ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(June - 2020, 2\ marks)$
3. $5 + 10 + 15 + ---$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂಕ್ತವಾದ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(September - 2020, 2\ marks)$
4. $3, 7, 11, 15 ---$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(Preperatory - 2020, 2\ marks)$
5. $10, 15, 20, ---$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(March - 2022, 2\ marks)$
6. ಮೊದಲ 20 ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(March - 2022, 2\ marks)$
7. $7, 11, 15, ---$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 16 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(June - 2022, 2\ marks)$
8. $3, 6, 9, ---$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತ 165 ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(June - 2022, 2\ marks)$
9. $1, 5, 9, ---$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(Exam - 1 - 2024)$
10. $5, 11, 17, ---$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(Exam - 2 - 2024)$
11. $2, 5, 8, ---$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(Exam - 3 - 2024)$

6. ತ್ರಿಭುಜಗಳು

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಪ್ರಮೇಯದ ನಿರೂಪಣೆಗಳು

ಥೇಲ್ಸ ಪ್ರಮೇಯ :

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

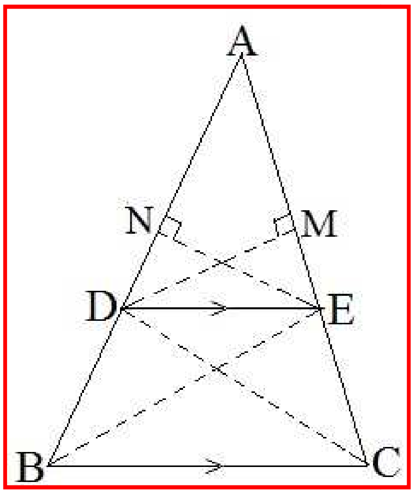
ಥೇಲ್ಸ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ :

ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 6.1

(ಮೂಲಸಮಾನುಪಾತತೆಯ /ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ಯಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ : BE & CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.

$EN \perp AB$ & $DM \perp AC$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ :

$$\frac{ವಿ(ADE)}{ವಿ(BDE)} = \frac{\frac{1}{2}\times AD\times EN}{\frac{1}{2}\times BD\times EN}$$

($\because$ Δ **ದವಿ**=$\frac{1}{2}\times$ **ಪಾದ**$\times$ **ಎತ್ತರ**)

$$\therefore \frac{ವಿ(ADE)}{ವಿ(BDE)} = \frac{AD}{BD} \text{ --------------(1)}$$

$$\frac{ವಿ(ADE)}{ವಿ(CDE)} = \frac{\frac{1}{2}\times AE\times DM}{\frac{1}{2}\times EC\times DM}$$

($\because$ Δ **ದವಿ**=$\frac{1}{2}\times$ **ಪಾದ**$\times$ **ಎತ್ತರ**)

$$\therefore \frac{ವಿ(ADE)}{ವಿ(CDE)} = \frac{AE}{EC} \text{ ---------------(2)}$$

(1) ಮತ್ತು (2) ಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿದಾಗ

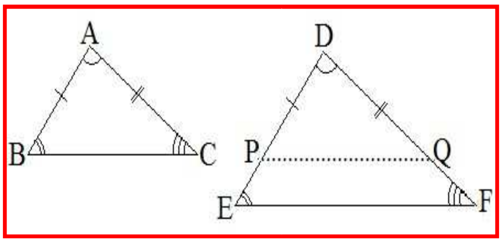
(2)

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ ($\because$ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ 1 ಮತ್ತು **ವಿ**(BDE) = **ವಿ**(CDE))

ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ

ಪ್ರಮೇಯ 6.3(ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ಸ.ನಿ.ಗು)

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ, ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ :

ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ :

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ ಮತ್ತು $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ರಚನೆ :

$DP = AB$ ಮತ್ತು $DQ = AC$ ಇರುವಂತೆ DE ಯ ಮೇಲೆ P ಮತ್ತು DF ಯ ಮೇಲೆ Q ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ :

ΔABC ಮತ್ತು ΔDPQ ಗಳಲ್ಲಿ

$AB = DP$ ($\because$ ರಚನೆ)

$\angle A = \angle D$ ($\because$ ದತ್ತ)

$AC = DQ$ ($\because$ ರಚನೆ)

$\Delta ABC \cong \Delta DPQ$ ($\because$ ಬಾಕೋಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

$BC = PQ$ ($\because$ ಸ ತ್ರ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ)

$\therefore \angle B = \angle P$---(1) ($\because$ ಸ ತ್ರ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ)

ಆದರೆ, $\angle B = \angle E$----(2) ($\because$ ದತ್ತ)

(1) ಮತ್ತು (2) ಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿದಾಗ

$\Rightarrow \angle P = \angle E$ ($\because$ ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ 1)

$\therefore PQ \parallel EF$ ($\because$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ)

$\Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF}$ ($\because$ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರ.ಉ.ಪ್ರ.3)

$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ ($\because DP = AB, DQ = AC$ & $PQ = BC$)

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ

7. ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

- ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ, $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- ಮೂಲ ಬಿಂದು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುವಿನ ದೂರ, $d = \sqrt{x^2 + y^2}$
- ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ, $p(x, y) = \left[\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right]$
- ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ, $p(x, y) = \left[\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right]$

ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯವದು

1. (2, 3) ಮತ್ತು (4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $A(2, 3)$ ಮತ್ತು $B(4, 1)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(4 - 2)^2 + (1 - 3)^2}$$
$$d = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$$
$$d = \sqrt{4 + 4}$$
$$d = \sqrt{2 \times 4}$$
$$d = 2\sqrt{2}$$ ಮಾನಗಳು

2. $A(8, -3)$ ಮತ್ತು $B(0, 9)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

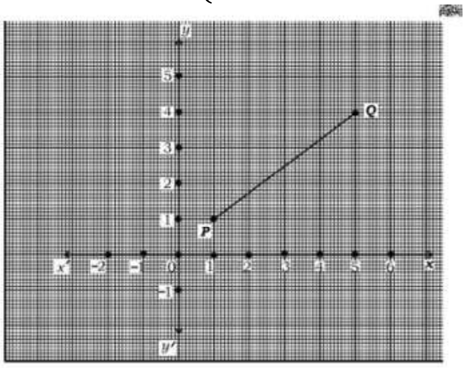
ಪರಿಹಾರ : $(x_1, y_1) = (8, -3)$

$(x_2, y_2) = ((0, 9)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$d = \sqrt{(0 - 8)^2 + (9 - (-3))^2}$$
$$d = \sqrt{(-8)^2 + (9 + 3)^2}$$
$$d = \sqrt{64 + 144}$$
$$d = \sqrt{208}$$ ಮಾನಗಳು

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

1. $(2, 3)$ ಮತ್ತು $(4, 1)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (*June* – 2019, 2 *marks*)
2. $(-5, 7)$ ಮತ್ತು $(-1, 3)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (*June* – 2020, 2 *marks*)
3. $A(2, 3)$ ಮತ್ತು $B(10, -3)$ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (*MQP*.1 – 2020, 2 *marks*)
4. $A(2, 6)$ ಮತ್ತು $B(5, 10)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (*March* – 2022, 2 *marks*)
5. $P(2, 3)$ ಮತ್ತು $Q(4, 1)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (*June* – 2022, 2 *marks*)
6. ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ (3, 4) ಬಿಂದುವಿಗೆ ಇರುವ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
7. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೊಟದಟಿರುವ ನಕ್ಷೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, PQ ನ ದೂರವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (*Exam* – 1 – 2024)



ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.

1. $A(1, 6)$ ಮತ್ತು $B(4, 3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ $1:2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (**June – 2020, 2 marks**)

ಪರಿಹಾರ: $A(1, 6)$ ಮತ್ತು $B(4, 3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದು $P(x, y)$ ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore (x_1, y_1) = (1, 6)$

$(x_2, y_2) = (4, 3)$

$m_1 : m_2 = 1 : 2$

ಭಾಗಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ

AB ನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದು

P ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $= \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$

$$\therefore P(x, y) = \left(\frac{1(4)+2(1)}{1+2}, \frac{1(3)+2(6)}{1+2}\right)$$

$$P(x, y) = \left(\frac{4+2}{3}, \frac{3+12}{3}\right)$$

$$P(x, y) = \left(\frac{6}{3}, \frac{15}{3}\right)$$

$$\boxed{P(x, y) = (3, 5)}$$

2. $A(4, -3)$ ಮತ್ತು $B(8, 5)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ $3:1$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (**March – 2019, Exam – 1** &2 – 2024, **2 marks**)

ಪರಿಹಾರ: $A(4, -3)$ ಮತ್ತು $B(8, 5)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದು $P(x, y)$ ಆಗಿರಲಿ.

$\therefore A(x_1, y_1) = (4, -3)$

$D(x_2, y_2) = (8, 5)$

$m_1 : m_2 = 3 : 1$

ಭಾಗಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರದ ಪ್ರಕಾರ

AB ನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದು

P ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $= \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$

$$\therefore P(x, y) = \left(\frac{3(8)+1(4)}{3+1}, \frac{3(5)+1(-3)}{3+1}\right)$$

$$\therefore P(x, y) = \left(\frac{24+4}{4}, \frac{15-3}{4}\right)$$

$$\therefore P(x, y) = \left(\frac{28}{4}, \frac{12}{4}\right)$$

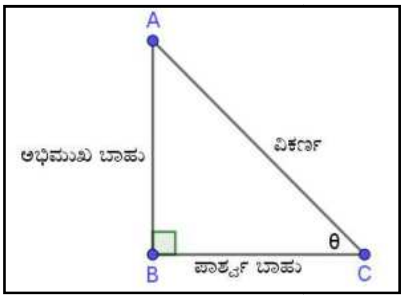
$$\boxed{\therefore P(x, y) = (7, 3)}$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. $A(-1, 7)$, ಮತ್ತು $B(4, -3)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು AB ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು $2:3$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (**April – 2022, Exam – 3 – 2024, 3 marks**)
2. $A(-2, -2)$ ಮತ್ತು $B(5, 12)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು $3:4$ ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ AB ಮೇಲಿನ P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (**Preperatory exam – 2023, 3 marks**)
3. $A(-2, 2)$, ಮತ್ತು $B(3, 7)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು AB ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು $4:1$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. $A(-6, 10)$ ಮತ್ತು $B(3, -8)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು $2:7$ ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ AB ಮೇಲಿನ P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. $A(2, -2)$, ಮತ್ತು $B(7, 4)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು AB ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು $1:2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. $(2, -2)$ ಮತ್ತು $(2, 8)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು $3:1$ ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು



ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಹೆಸರು	ಅನುಪಾತ	ಸಂಕ್ಷಿಪ್ತ ಹೆಸರು	ಅನುಪಾತ
$\sin\theta$	$\frac{AB}{AC}=\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\cot\theta$	$\frac{BC}{AB}=\frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$
$\cos\theta$	$\frac{BC}{AC}=\frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\sec\theta$	$\frac{AC}{BC}=\frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$
$\tan\theta$	$\frac{AB}{BC}=\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$	$cosec\,\theta$	$\frac{AC}{AB}=\frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$

ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
$\cot\theta$	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
$cosec\,\theta$	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1

ವಿಲೋಮಾನುಪಾತಗಳು

1) $\sin\theta=\frac{1}{cosec\theta}$

2) $\cos\theta=\frac{1}{sec\theta}$,

3) $\tan\theta=\frac{1}{cot\theta}$

4) $\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}$,

5) $\sec\theta=\frac{1}{cos\theta}$

6) $cosec\theta=\frac{1}{sin\theta}$

$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\quad cot\theta=\frac{cos\theta}{sin\theta}$

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

1) $sin^2\theta+cos^2\theta=1$
$\Rightarrow sin^2\theta=1-cos^2\theta$
$\Rightarrow cos^2\theta=1-sin^2\theta$

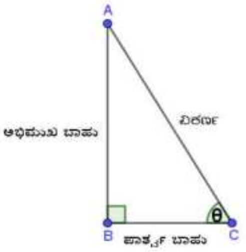
2) $sec^2\theta=1+tan^2\theta$
$\Rightarrow tan^2\theta=sec^2\theta-1$
$\Rightarrow sec^2\theta-tan^2\theta=1$

3) $1+cot^2\theta=cosec^2\theta$
$\Rightarrow cot^2\theta=cosec^2\theta-1$
$\Rightarrow cosec^2\theta-cot^2\theta=1$

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಅನುಪಾತ ಕೊಟ್ಟಾಗ ಉಳಿದ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.

1. $\sin\theta=\frac{12}{13}$ ಆದರೆ $\cos\theta$ ಮತ್ತು $\tan\theta$ ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(March-2019, 2\ marks)$

ಪರಿಹಾರ : $\sin\theta=\frac{12}{13}=\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$



ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B=90°$

$AC^2=AB^2+BC^2$

$13^2=12^2+BC^2$

$BC^2=169-144$

$BC=\sqrt{25}$

$BC=5$

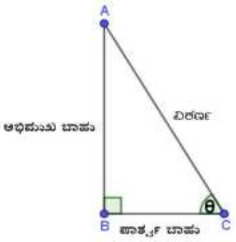
$\therefore \cos\theta=\frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}=\frac{5}{13}$

$\tan\theta=\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}=\frac{12}{5}$

2. $24\tan\theta=7$ ಆದರೆ $\cos\theta$ ಮತ್ತು $\sin\theta$ ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $24\tan\theta=7$

$\tan\theta=\frac{7}{24}=\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$



ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle B=90°$

$AC^2=AB^2+BC^2$

$AC^2=7^2+24^2$

$AC^2=49+576$

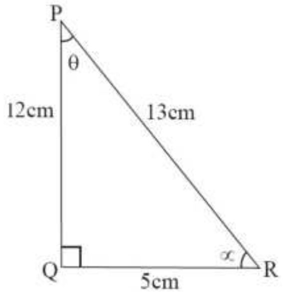
$AC=\sqrt{625}$

$AC=25$

$\therefore \cos\theta=\frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}=\frac{24}{25}$

$\sin\theta=\frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}==\frac{7}{25}$

3. ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\sin\theta$ ಮತ್ತು $\cos\propto$ ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



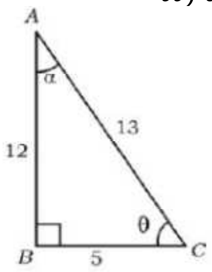
ಪರಿಹಾರ :

$\therefore \sin\theta = \frac{\theta \text{ ದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{5}{13}$

$\cos\propto = \frac{\propto \text{ ದ ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{5}{13}$

4. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: $(March - 2022, 2\ marks)$

$i)\ sin\theta$ $ii)\ tan\alpha$



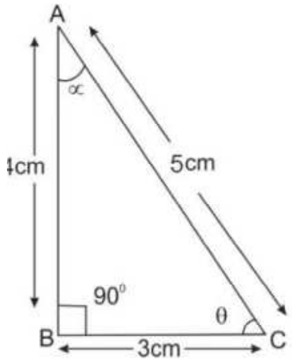
ಪರಿಹಾರ :

$\therefore \sin\theta = \frac{\theta \text{ ದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{12}{13}$

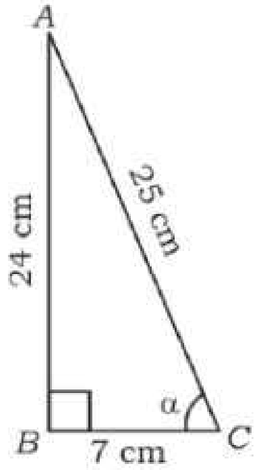
$tan\propto = \frac{\propto \text{ ದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವಬಾಹು}} = \frac{5}{12}$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

1. $cosec\,\theta = \frac{13}{12}$ **ಆದರೆ** $cos\,\theta$ **ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.** $(June - 2019, 2\ marks)$
2. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\sin\propto + cos\theta$ ದ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿ $(MQP.2 - 2021, 2\ marks)$



3. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ $AB = 24$ cm, $BC = 7$ cm ಮತ್ತು $AC = 25$ cm ಆದರೆ $sin\alpha$ ಮತ್ತು $cos\alpha$ ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(June - 2022, 2\ marks)$



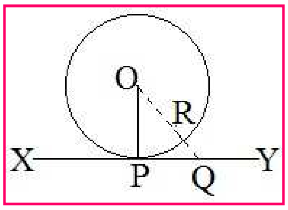
4. $\sin\theta = \frac{3}{5}$ ಆದರೆ $\cos\theta$ ಮತ್ತು $\tan\theta$, $\cot\theta$ ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. $\sqrt{3}\tan\theta = 1$ ಆದರೆ $cosec\,\theta$, $\sec\theta$ ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. $cos\,\theta = \frac{12}{13}$ ಆದರೆ $\sin\theta$ ಮತ್ತು $\tan\theta$, $\sec\theta$ ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10.ವೃತ್ತಗಳು

ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವದು

ಪ್ರಮೇಯ 10.1 :

ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ : *O ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರವಾಗಿದೆ. P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕ XY ಆಗಿದೆ. OP ಯು ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ.*

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ :

XY ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು Q ನ್ನು ಗುರುತಿಸಿದೆ, OQ ಸೇರಿಸಿದೆ. OQ ವು ವೃತ್ತವನ್ನು R ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೆ :

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $OR < OQ$ ಆಗಿದೆ.

ಆದರೆ, $OR = OP$ (ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$\therefore OP < OQ$

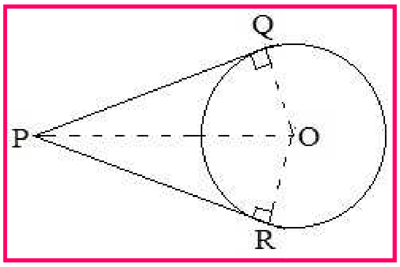
O ಬಿಂದು P ಯನ್ನು ಬಿಟ್ಟು ಬೇರೆ ಬಿಂದುವಾಗಿರುವುದರಿಂದ OP ಯು O ನಿಂದ XY ಗಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರವಾಗಿದೆ.

$\therefore OP \perp XY$ ($\because$ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ರೇಖೆಗೆ ಇರುವ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರವು ಆ ರೇಖೆಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ)

ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ

ಪ್ರಮೇಯ 10.2

ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ : *O* ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ, *P* ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು, *PQ* ಮತ್ತು *PR* ಗಳು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು *P* ನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ : $PQ = PR$

ರಚನೆ : OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ :

ಹೇಳಿಕೆಗಳು	ಕಾರಣ
ΔOQP ಮತ್ತು ΔORP ಗಳಲ್ಲಿ $\angle OQP = \angle ORP = 90°$	ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
$OP = OP$	ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು.
$OQ = OR$	ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು.
$\therefore \Delta OQP \cong \Delta ORP$	ಲಂ.ವಿ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ
$\therefore PQ = PR$	ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು.
	ಪ್ರಮೇಯ ಸಾಧಿಸಿದೆ

11.ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

- ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ, $C = 2\pi r$
- ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ, $A = \pi r^2$
- θ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$
- θ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ ಹಾಗೂ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.

1. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 6 ಸೆಂ.ಮಿ, ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನವು $60°$ ಆದರೆ ಅದರ ಕಂಸದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕಂಸದ ಉದ್ದ $= \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

$= \frac{60}{360°} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 6$

$= \frac{1}{6} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 6$

$= \frac{44}{7}\ cm$

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

$= \frac{60}{360°} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6$

$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6$

$= \frac{132}{7}\ cm^2$

2. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 4 ಸೆಂ.ಮಿ, ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನವು $30°$ ಆದರೆ ಅದರ ಕಂಸದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ :

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕಂಸದ ಉದ್ದ $= \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

$= \frac{30}{360°} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 4$

$= \frac{1}{12} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 4$

$= \frac{44}{21}\ cm$

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

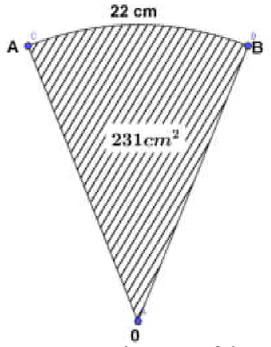
$= \frac{30}{360°} \times \frac{22}{7} \times 4 \times 4$

$= \frac{1}{12} \times \frac{22}{7} \times 4 \times 4$

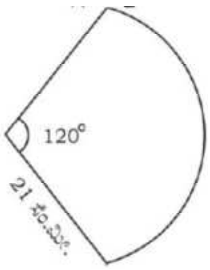
$= \frac{88}{21}\ cm^2$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

1. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 7 ಸೆಂ.ಮಿ, ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನವು $30°$ ಆದರೆ ಅದರ ಕಂಸದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 21 ಸೆಂ.ಮಿ, ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನವು $60°$ ಆದರೆ ಅದರ ಕಂಸದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 21 ಸೆಂ.ಮಿ, ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನವು $120°$ ಆದರೆ ಅದರ ಕಂಸದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ OAB ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $231\ cm^2$ ಮತ್ತು ಅದರ ಕಂಸ ABಯ ಉದ್ದವು $22\ cm$ ಆದರೆ ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [*June* – 2023, 3 *mark*, *Exam* – 1 – 2024]

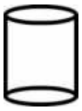
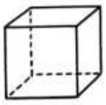


5. ಲೋಹದ ತಂತಿಯ ಅಂಚುಗಳ ನಡುವೆ ಬಟ್ಟೆಯನ್ನು ಇಟ್ಟು ತಯಾರಿಸಲಾದ ಕೈ ಬೀಸಣಿಕೆಯ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಆಕಾರದಲ್ಲಿದ್ದು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯ 21 ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು ಕೋನ $120°$ ಆಗಿದೆ. ಬೀಸಣಿಕೆಗೆ ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವ ಬಟ್ಟೆಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಮತ್ತು ಲೋಹದ ತಂತಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [*June* – 2020, 3 *marks*]



12.ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

ಘನಾಕೃತಿ	ಮಾದರಿ ಚಿತ್ರ	ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂ. ಮೇ.ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಸಿಲಿಂಡರ್		$2\pi rh$	$2\pi r(r+h)$	$\pi r^2 h$
ಶಂಕು		πrl	$\pi r(r+l)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
ಗೋಳ		$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ		$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$
ಚೌಕ ಘನ		$4a^2$	$6a^2$	a^3
ಆಯತ ಘನ		$2b(l+bh)$	$2(lb+bh+lh)$	$lXbXh$

13.ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

- ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರಗಳು

ವಿಧಾನ	ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶ
ನೇರ ವಿಧಾನ	$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$
ಅಂದಾಜು ಸರಾಸರಿ ವಿಧಾನ	$\bar{x} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$
ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ	$\bar{x} = a + h\left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)$

- ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕ (ರೂಢಿ ಬೆಲೆ) ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಬಹುಲಕ=$l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$
- ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವ ಸೂತ್ರ ಮಧ್ಯಾಂಕ =$l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು.

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10–25	25–40	40–55	55–70	70—85	85–100
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	7	6	6	6

ಪರಿಹಾರ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)	ಮಧ್ಯಬಿಂದು (x_i)	$f_i x_i$
10–25	2	17.5	35.0
25–40	3	32.5	97.5
40–55	7	47.5	332.5
55–70	6	62.5	375.0
70–85	6	77.5	465.0
85–100	6	92.5	555.0
ಒಟ್ಟು	$\sum f_i = 30$		$\sum f_i x_i = 1860.0$

ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿ

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{1860}{30}$$

$$\bar{x} = \frac{186}{3}$$

$$\bar{x} = 62$$

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿ ಕಂಡಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
ಆವೃತ್ತಿ	3	5	9	5	3

ಪರಿಹಾರ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)	ಮಧ್ಯಬಿಂದು (x_i)	$f_i x_i$
0–10	3	5	15
10–20	5	15	75
20–30	9	25	225
30–40	5	35	175
40–50	3	45	135
ಒಟ್ಟು	$\sum f_i = 25$		$\sum f_i x_i = 625$

ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿ

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{625}{25}$$

$$\bar{x} = 25$$

3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)
10–25	2
25–40	3
40–55	7
55–70	6
70–85	6

ಪರಿಹಾರ : ಇಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಆವೃತ್ತಿ 7 ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ 40–55 ಆಗಿದೆ.

$l = 40, \quad f_1 = 7, \quad f_0 = 3, \quad f_2 = 6, \quad h = 55 - 40 = 15$

ಬಹುಲಕ $= l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 40 + \left[\frac{7-3}{2(7)-3-6}\right] \times 15$

$= 40 + \left[\frac{4}{14-9}\right] \times 15$

$= 40 + \frac{4}{5} \times 15$

$= 40 + 4 \times 3$

$= 40 + 12$

$= 52$

4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f_i)
1–3	7
3–5	8
5–7	2
7–9	2
9–11	1
	$\sum f_i = 20$

ಪರಿಹಾರ : ಇಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ಆವೃತ್ತಿ 8 ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಬಹುಲಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ 3–5 ಆಗಿದೆ.

$l = 3, \quad f_1 = 8, \quad f_0 = 7, \quad f_2 = 2, \quad h = 5 - 3 = 2$

ಬಹುಲಕ$= l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 3 + \left[\frac{8-7}{2(8)-7-2}\right] \times 2$

$= 3 + \left[\frac{1}{16-9}\right] \times 2$

$= 3 + \frac{1}{7} \times 2$

$= 3 + \frac{2}{7}$

$= 3 + 2.86$

$= 3.286$

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಪ್ರಯತ್ನಕ್ಕಾಗಿ

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{March - 2019, 3\ marks})$

ವರ್ಗಾಂತರ	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
ಆವೃತ್ತಿ(f_i)	2	3	7	6	6	6

2. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{June - 2019, 3\ marks})$

ಕುಟುಂಬದ ಗಾತ್ರ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	7	8	2	2	1

3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{June - 2020, 3\ marks})$

ವರ್ಗಾಂತರ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11
ಆವೃತ್ತಿ(f_i)	6	9	15	9	1

4. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{September - 2020, 3\ marks})$

ವರ್ಗಾಂತರ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
ಆವೃತ್ತಿ(f_i)	8	9	5	3	1

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{March - 2022, 3\ marks})$

ವರ್ಗಾಂತರ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	5	7	3

6. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ಬಹುಲಕ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{March - 2022, 3\ marks})$

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
ಆವೃತ್ತಿ	3	4	8	7	3

7. ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಕ್ಕೆ ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{June - 2022, 3\ marks})$

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
ಆವೃತ್ತಿ	1	3	5	4	2

9. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{Exam - 1 - 2024})$

ವರ್ಗಾಂತರ	2-6	7-11	12-16	17-21	22-26
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	5	3	1

10. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{Exam - 1 - 2024})$

ವರ್ಗಾಂತರ	1-5	5-9	9-13	13-17	17-21
ಆವೃತ್ತಿ	1	3	7	10	10

11. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ನೇರವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{Exam-2-2024})$

ವರ್ಗಾಂತರ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
ಆವೃತ್ತಿ	4	6	5	4	1

12. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{Exam-3-2024})$

ವರ್ಗಾಂತರ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
ಆವೃತ್ತಿ	2	5	6	5	2

13. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{Exam-3-2024})$

ವರ್ಗಾಂತರ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
ಆವೃತ್ತಿ	4	10	6	4	5

14. ಸಂಭವನೀಯತೆ

ನೆನಪಿಡಬೇಕಾದ ಅಂಶಗಳು

- ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ = $P(E) = \frac{n(E)}{n(s)}$ ಖಚಿತ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ = 1
- ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ = 0 ಪರಸ್ಪರ ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳು $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

1) ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ 3ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $s = \{1,2,3,4,5,6\}$ $\therefore n(s) = 6$

3 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯವಾಗಿರುವ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ

$A = \{3,6\}$ $\therefore n(A) = 2$

$$\therefore p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{2}{6}$$

2) ಕುಂದಿಲ್ಲದ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶವು ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಬಾರಿಯಾದರೂ ಶಿರ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $s = \{HH, TT, HT, TH\}$ $\therefore n(s) = 4$

ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಬಾರಿ ಶಿರ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ

$A = \{HH, HT, TH\}$ $\therefore n(A) = 3$

$$\therefore p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{3}{4}$$

3) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 90 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ನಮೂದಾಗಿರುವ 90 ಬಿಲ್ಲೆಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆದರೆ, ಅದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{June-2019, 2\ marks})$

ಪರಿಹಾರ : $n(s) = 90$

ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ

$A = \{1,4,9,16,25,36,49,64,81\}$

$\therefore n(A) = 9$

$$\therefore p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{9}{90}$$

4) ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 3 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳು, 5 ಬಿಳಿ ಚೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 8 ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಚೀಲದಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಆ ಚೆಂಡು a) ಒಂದು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು ಆಗಿರುವ b) ಬಿಳಿ ಚೆಂಡು ಆಗಿರದ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$(\boldsymbol{June-2020, 3\ marks})$

ಪರಿಹಾರ : $n(s) = 3 + 5 + 8 = 16$

a) ಒಂದು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು ಆಗಿರುವ ಘಟನೆ A ಆಗಿರಲಿ

$\therefore n(A) = 3$

$$\therefore p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{3}{16}$$

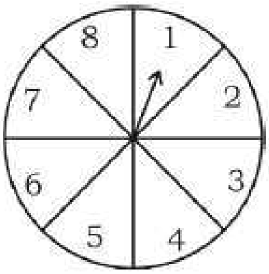
b) ಬಿಳಿ ಚೆಂಡು ಆಗಿರದ ಘಟನೆ B ಆಗಿರಲಿ

$\therefore n(B) = 3 + 8 = 11$

$$\therefore p(B) = \frac{n(B)}{n(s)} = \frac{11}{16}$$

ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

1. ಕುಂದಿಲ್ಲದ ಎರಡು ನಾಣ್ಯಗಳನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶವು ಕನಿಷ್ಠ ಒಂದು ಬಾರಿಯಾದರೂ ಪುಚ್ಛ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಮತ್ತು ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಕುಂದಿಲ್ಲದ ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ ಫಲಿತಾಂಶವು ಪುಚ್ಛ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಮತ್ತು ಶಿರ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4. ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಮೇಲ್ಮುಖವಾಗಿ ಬರುವ ಸಂಖ್ಯೆ
   i) ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಆಗಿರುವ
   ii) 5 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{March - 2019, 2\ marks})$
6. ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 3 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳು, 5 ಬಿಳಿ ಚೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 8 ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಚೀಲದಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಆಚೆಂಡು $(\boldsymbol{June - 2020, 3\ marks})$
   a) ಒಂದು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು ಆಗಿರುವ b) ಬಿಳಿ ಚೆಂಡು ಆಗಿರದ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7. ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ A B C D E I ಗಳನ್ನು ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಲದ ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಿದೆ. ಈ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಮುಖದಲ್ಲಿ ಸ್ವರಾಕ್ಷರ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಯಿಡಿಯಿರಿ. $(\boldsymbol{September - 2020, 2\ marks})$
8. **ಒಂದು ಅವಕಾಶದ ಆಟದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸೂಚಕವು ಚಕ್ರಕಾರವಾಗಿ ತಿರುಗಿ 1,2,3,4,5,6,7, 8 ಈ ಅಂಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಅಂಕೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವಂತೆ ನಿಶ್ಚಲವಾಗುತ್ತದೆ. ಮತ್ತು ಇವೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಸೂಚಕವು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.** $(\boldsymbol{September - 2020, 2\ marks})$



9. **ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 10 ರಿಂದ 18 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ನಮೂದಾಗಿರುವ 9 ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಚಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆದಾಗ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**$(\boldsymbol{june - 2023, 2\ marks})$
10. **ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 9 ರಿಂದ 19 ರ ವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸಿರುವ ಕಾರ್ಡಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಅದು ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.** $(\boldsymbol{April - 2023, 2\ marks})$
11. **ಒಂದು ಬುಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿ 36 ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣುಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗದಷ್ಟು ಹಣ್ಣುಗಳು ಕೊಳೆತಿವೆ ಮತ್ತು ಉಳಿದವು ಚೆನ್ನಾಗಿವೆ. ಬುಟ್ಟಿಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಮಾವಿನ ಹಣ್ಣನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದಾಗ ಅದು ಚೆನ್ನಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.** $(\boldsymbol{Exam - 1 - 2024})$
12. **ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 2,4,8,16,32,64,128 ಮತ್ತು 256 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ಕಾರ್ಡುಗಳಿವೆ. ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಚೀಲದಿಂದ ಒಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಅದು ಪೂರ್ಣ ಘನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.** $(\boldsymbol{Exam - 3 - 2024})$