ಜ್ಞಾನ–ಶೀಲ–ಏಕತೆ

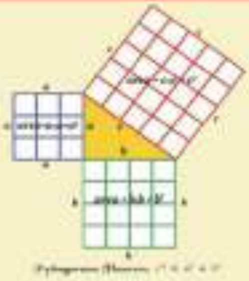
ಗಣಿತ ಗ್ಲೂಕೋಸ್

ರಾಜ್ಯಕ್ಕೆ ನಂಬರ್–1

7–ಡ್ರಾಪ್ಸ್ + 3–ಬೂಸ್ಟರ್ ಡೋಸ್

(2023–24 ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ ನೂತನ ಮಾದರಿ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮತ್ತು ಅತಿ ಹೆಚ್ಚು ಅಂಕ ಪಡೆಯಲು ಸಿಂಪಲ್ ಟ್ರಿಕ್ಸ್)

YES; I Can do



ಶ್ರೀ ಸುರೇಶ ಮನಹಳ್ಳಿ

ಬಿ.ಎಲ್.ಡಿ.ಇ ಸಂಸ್ಥೆಯ

ಎಸ್.ಡಿ.ಎಸ್.ಜಿ. ಪ ಪೂ ಕಾಲೇಜ(ಮಾ.ವಿ) ಸಾವಳಗಿ

ತಾ॥ ಜಮಖಂಡಿ ಜಿ॥ ಬಾಗಲಕೋಟ

ಫೋನ್ ನಂ : 9008208739

ಎಲ್ಲ ನೋಟ್ಸ್‌ಗಾಗಿ https://sureshmanahalli.blogspot.com

ಕ್ರ ಸಂ	ವಿಷಯಾಧರಿತ	ಘಟಕ	ಪ್ರಶ್ನೆ ಗಳು	ಅಂಕಗಳ ವಿತರಣೆ	ಅಂಕ ಗಳು	ಒಟ್ಟು
01	ಸಂಖ್ಯಾ ಪದ್ಧತಿ	08. ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	02	1+3	04	04
01	ಬೀಜಗಣಿತ	01. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+2+4	07	26
		03. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು	04	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+2+2+4	09	
		09.ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+1+2	04	
		10. ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು	03	1+2+3	06	
02	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ	11. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+1 +3	05	09
		12. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು	01	4	04	
03	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	07. ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	03	1+2+2	05	05
04	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	13. ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	02	3+3	06	09
		14. ಸಂಭವನೀಯತೆ	01	3	03	
05	ರೇಖಾಗಣಿತ	02. ತ್ರಿಭುಜಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+1 +*5	07	17
		04. ವೃತ್ತಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+1+3	05	
		06. ರಚನೆಗಳು	02	2+3	05	
06	ಕ್ಷೇತ್ರಗಣಿತ	05. ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	02	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+3	04	10
		15. ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು	03	1(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+1+4	06	
		ಒಟ್ಟು	38	8(ಬಹುಆಯ್ಕೆ)+8(1)+ 8(2)+9(3)+4(4)+5(1)	80	80

ಕರ್ನಾಟಕ ಪ್ರೌಢ ಶಿಕ್ಷಣ ಪರೀಕ್ಷಾ ಮಂಡಳಿಯು ಕಠಿಣತೆಗೆ ನೀಡಿದ ಆದ್ಯತೆ :

ಸುಲಭ – 24 ಅಂಕಗಳು (30%)

ಸಾಮಾನ್ಯ – 40 ಅಂಕಗಳು (50%)

ಕಠಿಣ – 16 ಅಂಕಗಳು (20%)

ಇದರ ಅರ್ಥ 64 + 20(ಆಂತರಿಕ ಅಂಕಗಳು) = 84 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಸ್ವಲ್ಪ ಅಭ್ಯಾಸಿಸಿದರೆ ಸುಲಭವಾಗಿ ಪಡೆಯಬಹುದು.

ಎಲ್ಲ ಶಕ್ತಿ ನನ್ನೊಳಗೇ ಇದೆ; ನಾನು ಏನು ಬೇಕಾದರು ಸಾಧಿಸಬಲ್ಲೆ ; Yes,I Can do it.

☺ ನಾನು ಸಾಧಿಸಲೇ ಬೇಕಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು (ಫಿಕ್ಸ) ☺

ಚಿತ್ರಗಳು	1. ಸ್ಪರ್ಶಕ ರಚನೆ	2 ಅಂಕಗಳು	
	2. ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜ ರಚನೆ	3 ಅಂಕಗಳು	
	3. ಓಜೀವ್	3 ಅಂಕಗಳು	
	4. ಗ್ರಾಫ್	4 ಅಂಕಗಳು	
ಪ್ರಮೇಯಗಳು	5. ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ	3 ಅಂಕಗಳು	
	6. ತ್ರಿಭುಜ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ	*5 ಅಂಕಗಳು	
ಸರಳ ಪ್ರಶ್ನೇಗಳು	7. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಪದ/ಮೊತ್ತ	2 ಅಂಕಗಳು	
	8. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರ **x** & **y** ಬೆಲೆ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯುವುದು	2 ಅಂಕಗಳು	
	9. ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	2 ಅಂಕಗಳು	
	10. ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ –ಸೂತ್ರ ಸಹಾಯದಿಂದ/ಶೋಧಕ	2 ಅಂಕಗಳು	
	11. ಸರಾಸರಿ/ಮಧ್ಯಾಂಕ/ಬಹುಲಕ (ಯಾವುದಾದರು 2 ಅಭ್ಯಾಸಿಸಿ)	3 ಅಂಕಗಳು	
	ಒಟ್ಟು	31 ಅಂಕಗಳು	

☺ ನಾನು ಸಾಧಿಸ ಬೇಕಾದ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ☺

1. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರ– ವ್ಯಾಕರೂಪದ ಪ್ರಶ್ನೆ (3.6 ಅಭ್ಯಾಸ)	2 ಅಂಕಗಳು	
2. ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ	2 ಅಂಕಗಳು	
3. ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಭಾಗಾಕಾರ	2 ಅಂಕಗಳು	
4. ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	3 ಅಂಕಗಳು	
5. ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ	3 ಅಂಕಗಳು	
6. ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ವ್ಯಾಕರೂಪದ ಪ್ರಶ್ನೆ	3 ಅಂಕಗಳು	
7. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಪ್ರಸ್ತಾವಣೆ – ಸಾಧಿಸಿ (11.4 ಅಭ್ಯಾಸ)	3 ಅಂಕಗಳು	
8. ಸಂಭವನಿಯತೆ	3 ಅಂಕಗಳು	
9. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ	4 ಅಂಕಗಳು	
10. ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನ್ವಯ	4 ಅಂಕಗಳು	
11. ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	4 ಅಂಕಗಳು	
* 2019, 2020 ,2023 ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಕೆಗಳನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಒಟ್ಟು	33 ಅಂಕಗಳು	

ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು

2 ಅಂಕದ 2 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	21 ಪ್ರಶ್ನೆ	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ	2 ಅಂಕಗಳು
	22 ಪ್ರಶ್ನೆ	ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ	2 ಅಂಕಗಳು
3 ಅಂಕದ 4 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	25 ಪ್ರಶ್ನೆ	ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು	3 ಅಂಕಗಳು
	27 ಪ್ರಶ್ನೆ	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ	3 ಅಂಕಗಳು
	28 ಪ್ರಶ್ನೆ	ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ	3 ಅಂಕಗಳು
	33 ಪ್ರಶ್ನೆ	ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು	3 ಅಂಕಗಳು
4 ಅಂಕದ 1 ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು	35 ಪ್ರಶ್ನೆ	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ	4 ಅಂಕಗಳು

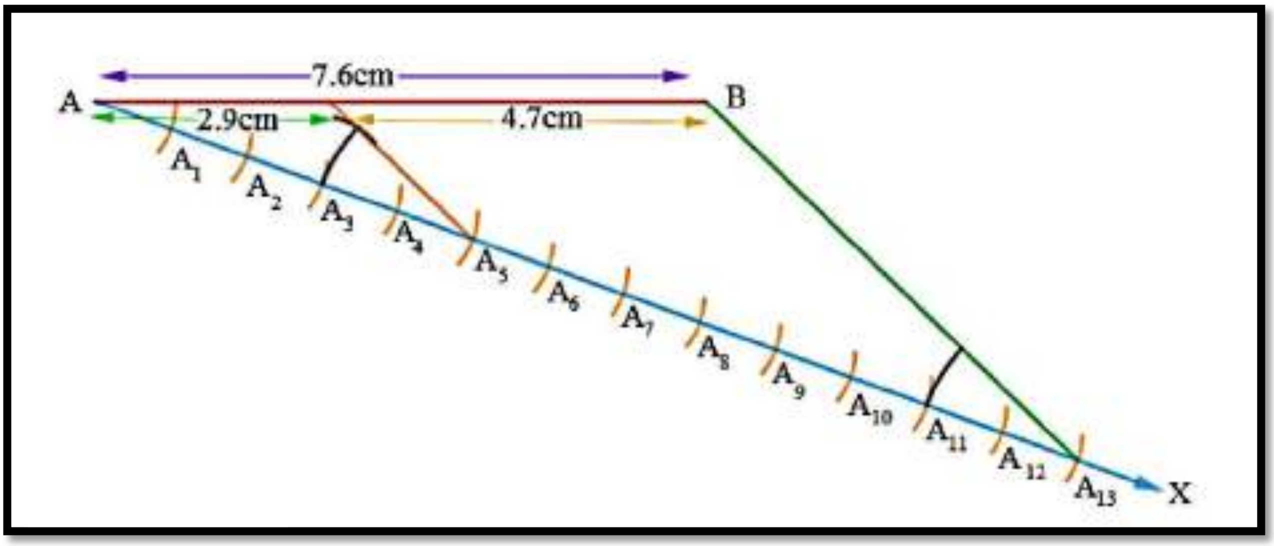
ಸಮಸ್ಯಗಳ ಬಿಡಿಸುವ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಚಿತ್ರಗಳ ರಚಿಸುವ ಹಂತಗಳನ್ನು ತಿಳಿದುಕೊಂಡರೆ ಯಾವುದೇ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಬದಲಿಸಿ ಕೊಟ್ಟರು ಸುಲಭವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಬಹುದು

ಸೂಚನೆ : ಒಂದೊಂದು ಡ್ರಾಪ್ಸ್ ಗಳನ್ನು ಮೊದಲು ಶಿಕ್ಷಕರಿಂದ ತಿಳಿಸಿಕೊಂಡು ಪ್ರ್ಯಾಕ್ಟಿಸ್ ಮಾಡಿ ನಂತರ ನೋಡದೆ ಬರೆಯುವುದು. ಸಾಧಿಸಿದ ನಂತರ ಬಾಕ್ಸ್ ದಲ್ಲಿ (√) ☺ ಗುರುತು ಮಾಡಿರಿ.

ದಿನಾಂಕ : ____________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

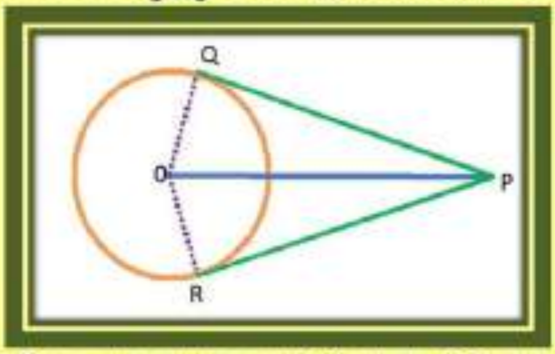
ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
1	ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದು.		2 ಅಂಕಗಳು

7.6cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 5 : 8 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



2	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮ		3 ಅಂಕಗಳು

ಪ್ರಮೇಯ: "ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು, ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ."



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ P ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : PQ = PR

ಸಾಧನೆ : ΔPOQ ಮತ್ತು ΔPOR ಗಳಲ್ಲಿ,

$OQ = OR$ (∴ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$\angle PQO = \angle PRO = 90^\circ$ (∴ ತ್ರಿಜ್ಯವು ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ)

$OP = OP$ (∴ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

$\therefore \Delta POQ \cong \Delta POR$ (ಲಂ.ವಿ.ಬಾ ಪ್ರಮೇಯ)

PQ = PR (∴ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ)

3	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ nನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು		2 ಅಂಕಗಳು

2, 7, 12 ...... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 2$, $d = 7 - 2 = 5$ ಮತ್ತು $n = 10$

$$a_n = a + (n - 1)d$$
$$a_{10} = 2 + (10 - 1)5$$
$$= 2 + (9)5$$
$$= 2 + 45$$
$$= 47$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10ನೇ ಪದ $a_{10} = 47$

4	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ S_n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು		2 ಅಂಕಗಳು

6, 10, 14 ...... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 6,\ d = 10 - 6 = 4,\ S_{20} = ?\ n = 20$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$
$$S_{20} = \frac{20}{2}[2(6) + (20-1)4]$$
$$S_{20} = 10[12 + 19(4)]$$
$$S_{20} = 10[12 + 76]$$
$$S_{20} = 10 \times (88)$$
$$S_{25} = 880$$

5	ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ		2 ಅಂಕಗಳು

$3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow 3 + 2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z$, $q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]

$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p-2q}{2q}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{p-2q}{2q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

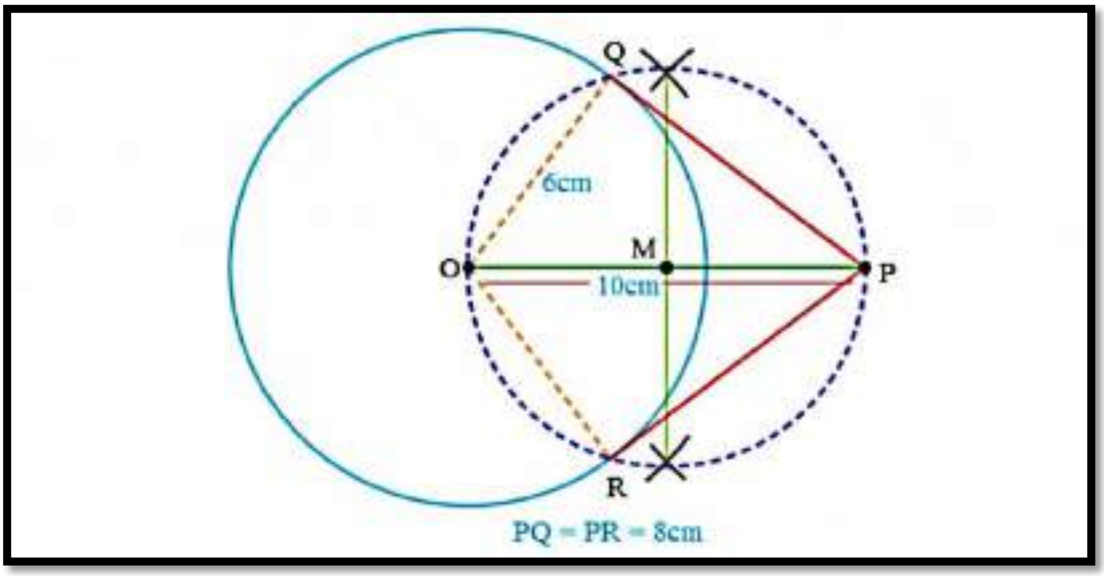
ಆದ್ದರಿಂದ $3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		11

ದಿನಾಂಕ : ____________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
6	ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.		3 ಅಂಕಗಳು

6ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10ಸೆಂ.ಮೀ ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



7	ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.(x,y ಬೆಲೆ)		2 ಅಂಕಗಳು

$3x + 4y = 10$ ಮತ್ತು $2x - 2y = 2$ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$3x + 4y = 10 \ldots (i) \quad \times 2$

$2x - 2y = 2 \ldots (ii) \quad \times 3$

$6x + 8y = 20$

$(-)6x \; (+)-6y = (-)6$

$14y = 14$

$Y=14/14=1$ $\therefore$ Y=1 ಬೆಲೆಯನ್ನು (i) ಆದೇಶಿಸಲಾಗಿ

$3x + 4y = 10$

$3x + 4(1) = 10$

$3x=10-4$

$3x = 6$ $X=6/3=2$ $\therefore$ **x=2 y=1**

8	ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು		2 ಅಂಕಗಳು

(2, 3) &(4, 1) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $(x_1, y_1) = (2, 3)$, $(x_2, y_2) = (4, 1)$

ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2}$

$d = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$

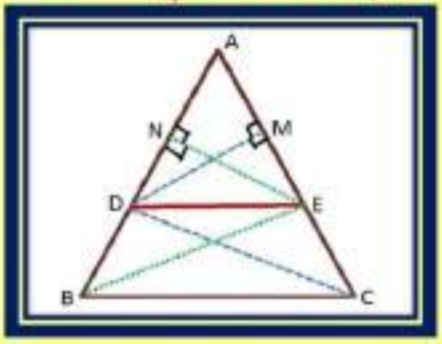
$d = \sqrt{4+4} = \sqrt{2 \times 4}$

$d = 2\sqrt{2}$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

9	ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ		5 ಅಂಕಗಳು

ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ)

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸಮಾಂತರ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ



ದತ್ತ : ΔABC ದಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

ರಚನೆ : DC ಮತ್ತು EB ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

$EN \perp AB$ ಮತ್ತು $DM \perp AC$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ : ΔADE ಮತ್ತು ΔBDE ದಲ್ಲಿ

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} AD \times EN}{\frac{1}{2} BD \times EN} \quad (\because A = 1/2\ b\ h)$$

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta BDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AD}{BD} \quad \text{.........} \ (I)$$

ΔADE ಮತ್ತು ΔCDE ದಲ್ಲಿ

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{\frac{1}{2} AE \times DM}{\frac{1}{2} CE \times DM}$$

$$\frac{\Delta ADE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta CDE \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{AE}{CE} \quad \text{.........} \ (II)$$

(I) ಮತ್ತು (II) ರಿಂದ

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE} \quad (\because \Delta BDE = \Delta CDE)$$

10	ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ		2 ಅಂಕಗಳು

ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 28 ಬಲ್ಬುಗಳಿವೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ 7ಬಲ್ಬುಗಳು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಬಲ್ಬನ್ನು ಹೊರ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಅದು ದೋಷಪೂರಿತ ಆಗಿರದೇ ಇರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

S = { ಒಟ್ಟು ಬಲ್ಬುಗಳು } ; $n(S) = 28$

E = {ದೋಷಪೂರಿತವಲ್ಲದ ಬಲ್ಬುಗಳು} ; $n(E) = 21$

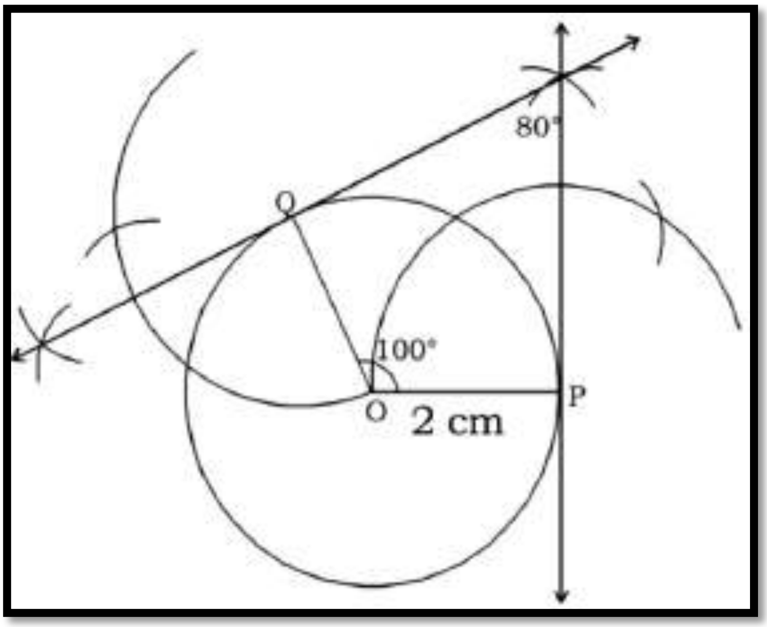
ಸಂಭವನೀಯತೆ $= P(A) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{21}{28}$

	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		14

ದಿನಾಂಕ : ____________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
11	ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.		3 ಅಂಕಗಳು

2cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 100^0 ಇರುವಂತೆ, ಆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಕೇಂದ್ರವಲ್ಲದ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
12	ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು		2 ಅಂಕಗಳು

$3x^2 -5x+2 =0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$a = 3, \quad b = -5, \quad c = +2$

ಮೂಲಗಳು $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4(3)(2)}}{2(3)}$

$x = \frac{5\pm\sqrt{25-24}}{6}$

$x = \frac{5\pm\sqrt{1}}{6}$

$x = \frac{5\pm1}{6}$

$x = \frac{6}{6}$ or $x = \frac{4}{6}$

$x = 1$ or $x = \frac{2}{3}$

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
13	ವರ್ಗಸಮೀಕರದ ಮೂಲ ಸ್ವಭಾವಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸುವುದು.		2 ಅಂಕಗಳು

$2x^2 - 3x + 5 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರದ ಮೂಲ ಸ್ವಭಾವಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.

ಇಲ್ಲಿ $a = 2, b = -3$ ಮತ್ತು $c = 5$

ಶೋಧಕ $\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-3)^2 - 4(2)(5)$

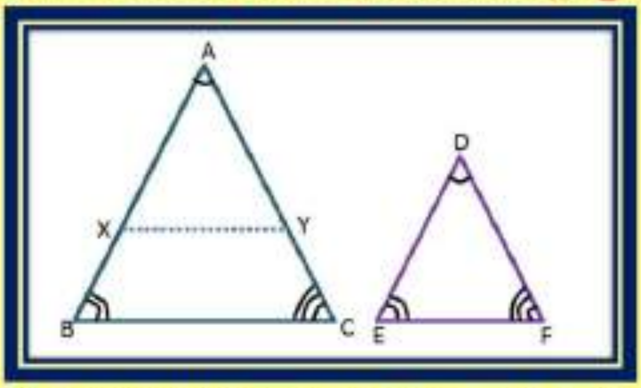
$= 9 - 40$

$= -31 < 0$ ಮೂಲ ಸ್ವಭಾವ : ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

14	ಕೋನ–ಕೋನ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ		5 ಅಂಕಗಳು

ಪ್ರಮೇಯ (ಕೋನ–ಕೋನ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕಗುಣ)

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳಾಗಿದ್ದರೆ,
ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.



ದತ್ತ : ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

ರಚನೆ : $AX = DE$ ಮತ್ತು $AY = DF$ ಆಗುವಂತೆ X ಮತ್ತು Y ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. XY ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔAXY ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ

$AX = DE$ (∵ ರಚನೆ)

$\angle XAY = \angle EDF$ (∵ ದತ್ತ)

$AY = DF$ (∵ ರಚನೆ)

$\therefore \Delta AXY \equiv \Delta DEF$ (∵ ಬಾಕೋಬಾ)

$\therefore \angle AXY = \angle EDF$, $\angle AYX = \angle EFD$ (∵ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

$XY = EF$

$\therefore XY \parallel BC$ (∵ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.)

$\frac{AB}{AX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CA}{YA}$ (∵ ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ)

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

15	ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಶ್ನೆ		1 ಅಂಕಗಳು

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ 4 : 9 ಅದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ = (ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ $)^2$

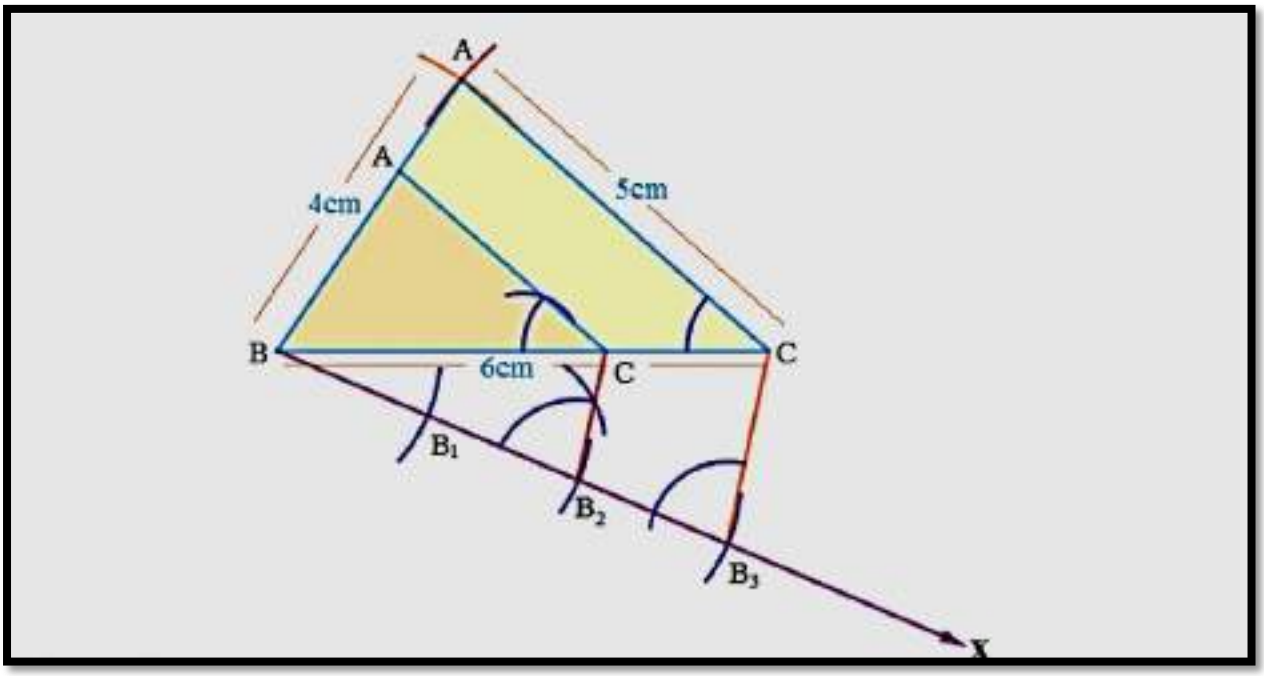
$= (4/9) = 16/81$ $\therefore$ 16 : 81

	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		13

ದಿನಾಂಕ : ____________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
16	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ.		4 ಅಂಕಗಳು

4 ಸೆಂ.ಮೀ ,5ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 6ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುಗಳಿರು ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ 2/3ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.



17	ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು		3 ಅಂಕಗಳು

ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಆವೃತ್ತ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ನೇರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
5 - 15	4
15 - 25	3
25 - 35	6
35 - 45	5
45 – 55	2

ಉತ್ತರ :

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	*x*	*Fx*
5 - 15	4	10	40
15 - 25	3	20	60
25 – 35	6	30	180
35 – 45		40	200
	N=20		$\sum fx$ =580

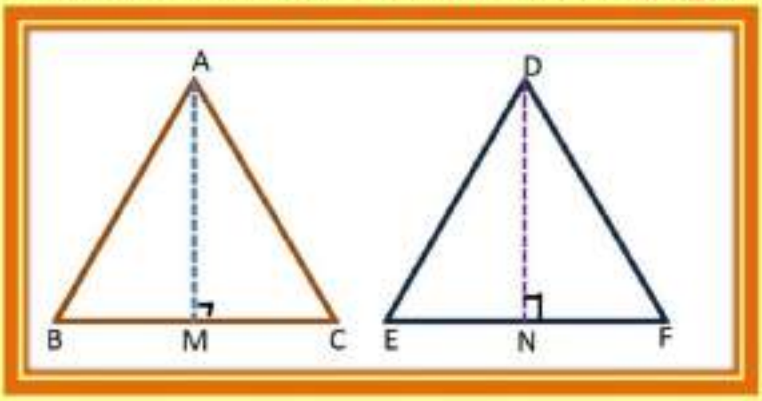
ಸರಾಸರಿ $\bar{X} = \frac{\sum fx}{N}$

$\bar{X} = \frac{580}{20}$

$\bar{X} = 29$

18	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ		5 ಅಂಕಗಳು

"ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು,
ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳಿಗೆ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ."



ದತ್ತ : $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

ಸಾಧನೀಯ : $\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}$

ರಚನೆ : $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $DN \perp EF$ ರಚಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : ΔAMB ಮತ್ತು ΔDNE ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABM = \angle DEN$ (∵ ದತ್ತ)

$\angle AMB = \angle DNE = 90^0$ (∵ ರಚನೆ)

$\Delta AMB \sim \Delta DNE$ (∵ ಕೋ.ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN} = \frac{MA}{ND}$

$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{{}^1/_2\ BC \times MA}{{}^1/_2\ EF \times ND}$ (∵ $A = 1/2\, b\, h$)

ಈಗ, $\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times MA}{EF \times ND}$

$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC \times BC}{EF \times EF}$ (∵ $\frac{MA}{ND} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$)

$$\frac{\Delta ABC \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\Delta DEF \text{ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

19	ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಶ್ನೆ		2 ಅಂಕಗಳು

$\cos 38^0 \cos 52^0 - \sin 38^0 \sin 52^0 = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

LHS $= \cos 38^0 \cos 52^0 - \sin 38^0 \sin 52^0$

$= \cos 38^0 \cos 52^0 - \sin(90 - 52^0) \sin(90-38)^0$

$= \cos 38^0 \cos 52^0 - \cos 52^0 \cos 38^0$

$= \cos 38^0 \cos 52^0 - \cos 52^0 \cos 38^0$

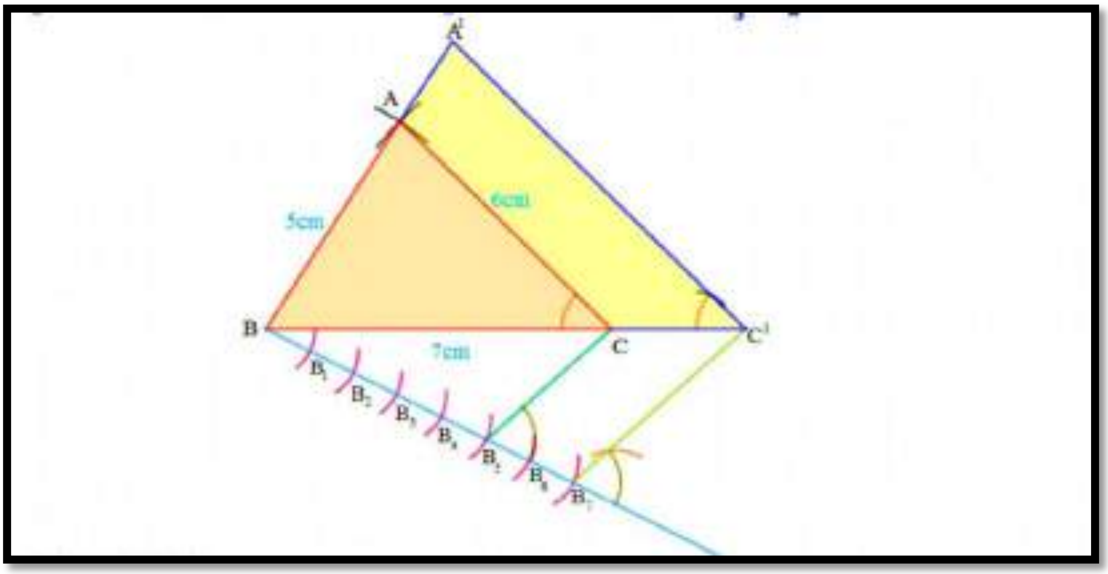
$= 0$

	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		14

ದಿನಾಂಕ : ___________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
20	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ರಚನೆ.		4 ಅಂಕಗಳು

5 ಸೆಂ.ಮೀ ,6ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 7ಸೆಂ.ಮೀ ಬಾಹುಗಳಿರು ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ 7/5 ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.



21	ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವದು		3 ಅಂಕಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
0 - 10	6
10 - 20	9 ← f_0
20 - 30	15 ← f_1
30 - 40	9 ← f_2
40 - 50	1
	N = 40

ಬಹುಲಕ $= l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] \times h$

$= 20 + \left[\frac{15-9}{2\times15-9-9}\right] \times 10$

$= 20 + \left[\frac{6}{30-18}\right] \times 10$

$= 20 + \left[\frac{6}{12}\right] \times 10$

$= 20 + \frac{60}{12}$

$= 20 + 5$

$= 25$

22	ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಶ್ನೆ		2 ಅಂಕಗಳು

10m ಎತ್ತರವಿರುವ ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ?

ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರ CA = 8m, ಏಣಿಯ ಉದ್ದ AB = 10m

∴ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

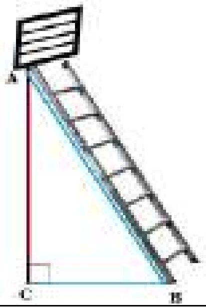
$10^2 = 8^2 + BC^2$

$BC^2 = 100 - 64$

$BC^2 = 36$

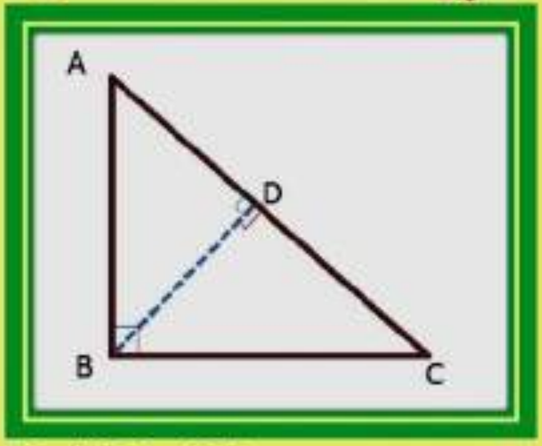
$BC = 6m$

ಆದ್ದರಿಂದ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ 6ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.



ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ

"ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ, ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತದ್ದೆ."



ದತ್ತ : ABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^\circ$

ಸಾಧನೀಯ : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ : $BD \perp AC$

ಸಾಧನೆ : ΔABC ಮತ್ತು ΔADB ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABC = \angle ADB = 90^\circ$ [∵ ದತ್ತ & ರಚನೆ]

$\angle BAC = \angle BAD$ [∵ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ]

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADB$ [ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು]

$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DB} = \frac{AC}{AB}$ [ಕೋ ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ]

$AB^2 = AC.AD$ .....(1)

ΔABC ಮತ್ತು ΔBDC ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle ABC = \angle BDC = 90^\circ$ [∵ ದತ್ತ & ರಚನೆ]

$\angle BCA = \angle BCD$ [∵ ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ]

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta BDC$ [ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳು]

$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DC} = \frac{AC}{BC}$ [ಕೋ ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿಬಂಧನೆ]

$BC^2 = AC.DC$ .....(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$AB^2 + BC^2 = (AC.AD) + (AC.DC)$

$= AC(AD + DC)$

$= AC.AC$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

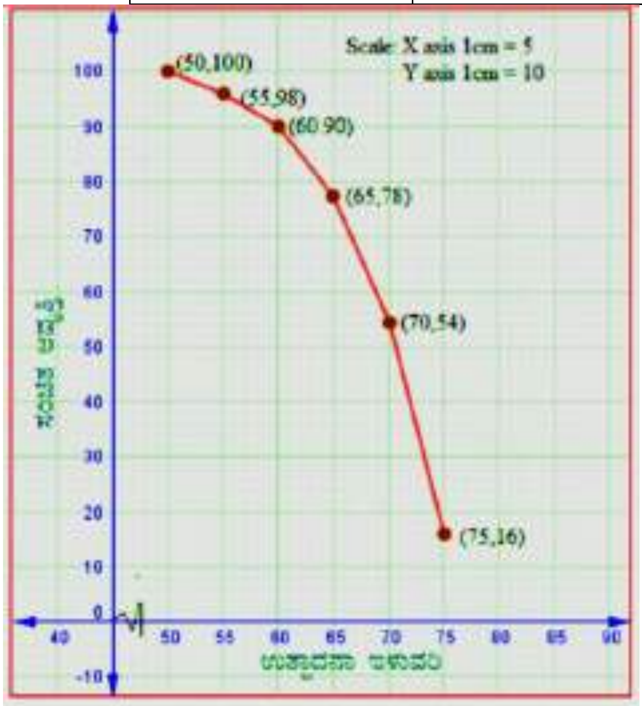
	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		14

ದಿನಾಂಕ : ____________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
24	ಓಜಿವ್ ರಚನೆ		3 ಅಂಕಗಳು

ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಗೋಧಿಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ನೀಡುತ್ತಿದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಯ " ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ" ವಿತರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಉತ್ಪಾದನಾ(kg/ha)	ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ	(X,Y)
50–55	2	100	(50,100)
55–60	8	98	(55,98)
60–65	12	90	(60,90)
65–70	24	78	(65,78)
70–75	38	54	(70,54)
75–80	16	16	(75,16)



* ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ – ವರ್ಗಾಂತರದ ಕೆಳಮಿತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವುದು,ಆವೃತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನಿಂದ ಕೂಡಿಸುವುದು.

* ಕಡಿಮೆ ಇರುವ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ – ವರ್ಗಾಂತರದ ಮೇಲ್ಮಿತಿಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವು ಆವೃತಿ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಮೇಲಿನಿಂದ ಕೂಡಿಸುವುದು.

25	ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಶ್ನೆ		2 ಅಂಕಗಳು

$\tan 2A = \cot (A-18^0)$ ಆದಾಗ A ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ$(2A < 90^0)$

$$\tan 2A = \cot (A-18^0)$$
$$\cot(90^0 - 2A) = \cot (A-18^0)$$
$$90^0 - 2A = A-18^0$$
$$90^0+18^0 = A + 2A$$
$$3A = 108^0$$
$$A = 108/3$$
$$A = 36^0$$

26	ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.		4 ಅಂಕಗಳು

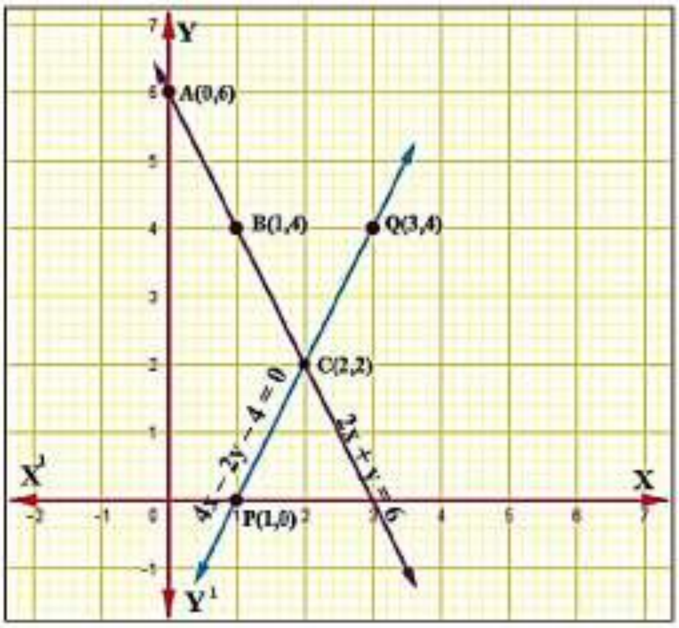
$2x + y - 6 = 0$ ಮತ್ತು $4x - 2y - 4 = 0$ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$2x + y - 6 = 0 \Rightarrow y = 6 - 2x$

x	0	1	2
$y = 6 - 2x$	6	4	2

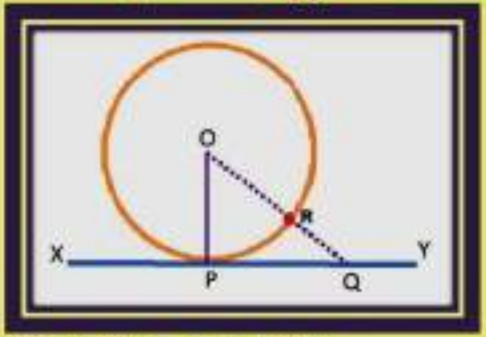
$4x - 2y - 4 = 0 \Rightarrow 2y = 4x - 4 \Rightarrow \frac{4x-4}{2}$

x	1	2	3
$y = \frac{4x-4}{2}$	0	2	4



27	ತ್ರಿಜ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕ್ಕೆ ಲಂಬ		3 ಅಂಕಗಳು

ಪ್ರಮೇಯ: "ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ."



ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, P ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು.

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮೇಲೆ Q ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. OQ ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ,

$OP = OR$ (∴ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$OQ = OR + RQ$

$OQ > OR$

$OP \perp XY$ (∴ XY ಸ್ಪರ್ಶಕ್ಕೆ ಅತಿ ಕಡಿಮೆ ದೂರವಿರುವ ರೇಖೆ OP)

	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		12

ದಿನಾಂಕ : ________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
28	ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಶ್ನೆ		2 ಅಂಕಗಳು

ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ : 12, 15, 18, ... , 99 $a = 12$, $d = 15 - 12 = 3$ ಮತ್ತು $a_n = 99$ $n = ?$

$a_n = a + (n - 1)d$

$99 = 12 + (n - 1)3$

$99 - 12 = (n - 1)3$

$87 = (n - 1)3$

$87/3 = (n - 1)$

$29 = (n - 1)$

$n = 29 + 1$ $n = 30$ ∴ ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ 30 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

29	ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಶ್ನೆ		2 ಅಂಕಗಳು

A (2,3), B (4, k) & C(6,-3) ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳ ರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$\frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$ (∴ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ)

$\frac{1}{2}[2(k - (-3)) + 4(-3 - 3) + 6(3 - k)] = 0$

$\frac{1}{2}[2(k + 3) + 4(-6) + 6(3 - k)] = 0$

$\frac{1}{2}[2k + 6 - 24 + 18 - 6k] = 0$

$\frac{1}{2}(-4k) = 0$

$k = 0$

30	ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಶ್ನೆ		3 ಅಂಕಗಳು

$p(x) = 6x^2 - 3 - 7x$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$= 6x^2 - 7x - 3$

$= 6x^2 - 9x + 2x - 3$

$= 3x(2x - 3) + 1(2x - 3)$

$= (3x + 1)(2x - 3)$

$\Rightarrow x = -\frac{1}{3}$ ಮತ್ತು $x = \frac{3}{2}$ಗಳು $6x^2 - 3 - 7x$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು.

31	ಪ್ರಮುಖ ಪ್ರಶ್ನೆ		3 ಅಂಕಗಳು

ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ 30m ದೂರದ ನೆಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ, ಗೋಪುರದ ತುದಿಯನ್ನು ನೋಡಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಉನ್ನತ ಕೋನವು 30^0 ಆದರೆ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ = AB ಆಗಿರಲಿ.

ಗೋಪುರದ ಪಾದದಿಂದ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರ BC = 30m

ಲಂಬಕೋನ ΔABC ಯಲ್ಲಿ.

$\tan 30^0 = \frac{AB}{BC}$

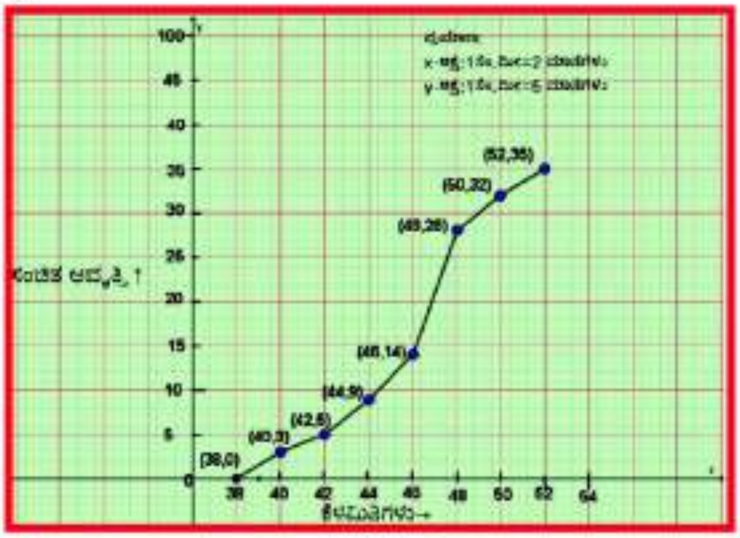
$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{30}$

$\Rightarrow AB = \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}m$

32	ಓಜಿವ್ ರಚನೆ		3 ಅಂಕಗಳು

4. ಒಂದು ತರಗತಿಯ 35 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕಗಳು ಅವರ ವೈದ್ಯಕೀಯ ತಪಾಸಣೆಯ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದಾಖಲಾದವು. ಈ ಕೆಳಗಿನ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ ರಚಿಸಿ.

ತೂಕ (ಕೆ.ಜಿಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
38 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3
42 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
44 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	9
46 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14
48 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	28
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	32
52 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35



33	ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.		4 ಅಂಕಗಳು

x + y = 5 & 2x - y = 4 ರೇಖಾತ್ಮಕ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$x + y = 5$

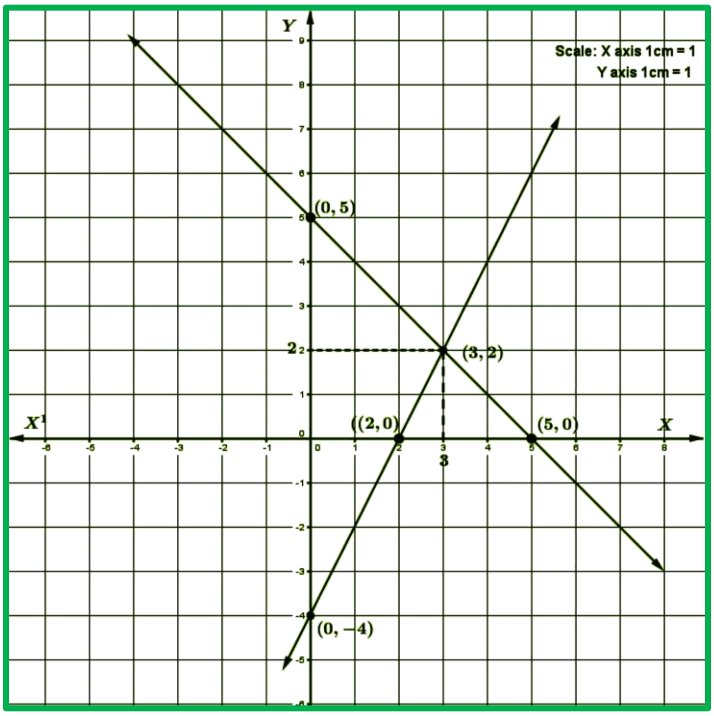
$\Rightarrow y = 5 - x$

x	0	5
y	5	0

$2x - y = 4$

$\Rightarrow y = 2x - 4$

x	0	2
y	-4	0



	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		17

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

* **ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ :** ಒಂದು ಶ್ರೇಢಿಯ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ ಅಂತಹ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

* **ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ :** $a, a + d, a + 2d, a + 3d$ ....

* ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = a_2 - a_1$ $d = a_n - a_{n-1}$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ nನೇ ಪದವು $a_n = a + (n - 1)d$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ n ನೇ ಪದ (ಕೊನೆಯಪದ) l ಆಗಿದ್ದರೆ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

* $S_1 = a_1$ $S_2 = a_1 + a_2$ $S_3 = a_1 + a_2 + a_3$ * $S_n - S_{n-1} = a_n$

* ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಬೆಸ ಸ್ವಾಭವವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ= n^2

* ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭವವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ = $\frac{n(n+1)}{2}$

ತ್ರಿಭುಜಗಳು

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಬೇಕಾದರೆ

i) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು

ii) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು

ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ) : ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ ವಿಲೋಮ : ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಮರೂಪ ಸಂಕೇತ '~' ಸರ್ವಸಮತೆಗೆ ಸಂಕೇತ '≅'

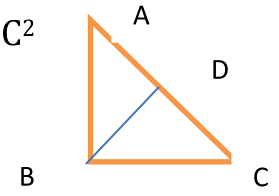
ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು: ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ: ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ : ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಶೃಂಗದಿಂದ ವಿಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮರೂಪ ಅಲ್ಲದೆ ಅವುಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$AB^2 = AD.AC$ $BC^2 = CD.AC$ $BD^2 = AD.CD$ $AC^2 = AB^2 + BC^2$



ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

* ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ **$ax + by + c = 0$**

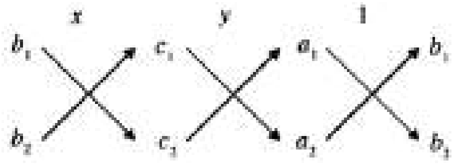
* ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ರೇಖೆಗಳ ವರ್ತನೆ ಮತ್ತು ಪರಿಹಾರ

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ & $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ	ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ	ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ	ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರವಿದೆ	ಅವಲಂಬಿತ ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
$\frac{a_1}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ

* **ಓರೆ – ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ :** $a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$



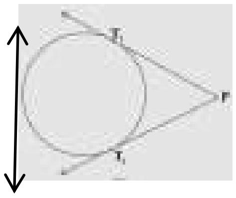
$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

ವೃತ್ತಗಳು

ಸ್ಪರ್ಶಕ : ವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕ

ಪ್ರಮೇಯ : ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬ.

ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ:

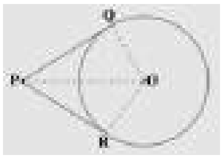


ಪ್ರಕರಣ 1: ವೃತ್ತದ ಒಳಗಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಕರಣ 2: ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮಾತ್ರ ಎಳೆಯಬಹುದು. AB

ಪ್ರಕರಣ 3: ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು. PT_1 & PT_2

ಪ್ರಮೇಯ : ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.



i) $PQ=PR$ ii) $\angle POQ=\angle POR$

iii) $\angle QPO=\angle RPO$ iv) $\angle PQO=\angle PRO=90^0$

v) $\angle QPR + \angle QOR=180^0$

ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

* ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ) = $2\pi r$ * ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು = πr^2
* ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು **'ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ'** ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ {$1\text{min} = 6^0$}
* ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಹಾಗೂ ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು **'ವೃತ್ತಖಂಡ'** .

θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360}\ \pi r^2$

θ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360}\ 2\pi r$

* ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

♣ **ದೂರಸೂತ್ರ** = **PQ** = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

♣ P (x, y) ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಮೂಲಬಿಂದು (0, 0) ಯಿಂದ ಇರುವ ದೂರವು OP = $\sqrt{x^2 + y^2}$

♣ **ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ** P = $\left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$

♣**ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ** P = = $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

♣ **ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ** = 1/2 × **ಪಾದ** × **ಎತ್ತರ**

♣ (x_1, y_1), (x_2, y_2) ಮತ್ತು (x_3, y_3) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು

$$= \frac{1}{2}[x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)]$$

♣ (x_1, y_1), (x_2, y_2) ಮತ್ತು (x_3, y_3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖಾಗತ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು **'ಸೊನ್ನೆ'**

ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ : ದತ್ತ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, $a = bq + r$ ಗೆ q ಮತ್ತು r ಎಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ $0 \le r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ : ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು.

ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು

$p(x)$ ದಲ್ಲಿನ x ದ ಗರಿಷ್ಠ ಘಾತಸೂಚಿಯನ್ನು $p(x)$ ದ **ಮಹತ್ತಮ ಘಾತ** (ಡಿಗ್ರಿ) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ

* ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $ax^2 + bx + c$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ $+ \beta = -b/a$ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $\beta = c/a$

* $p(x)$ ಮತ್ತು $g(x)$ ಗಳು ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಾಗಿದ್ದು, $g(x) \neq 0$ ಆದಾಗ

$$\mathbf{p(x) = g(x)\ q(x) + r(x)}$$

ax^3+bx^2+cx+d ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ $\alpha+\beta+\gamma=-b/a$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=c/a$, $\alpha\beta\gamma = -d/a$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು

* ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax^2+bx+c=0$

ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

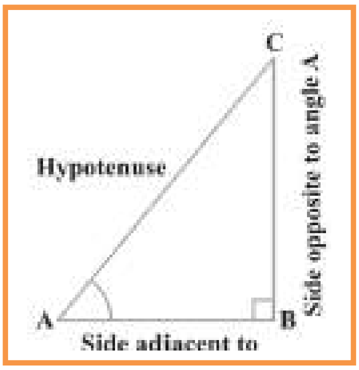
* **ಶೋಧಕ** $\Delta = b^2 - 4ac$

ಶೋಧಕ	ಸ್ವಭಾವ
$\Delta = 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ಸಮ
$\Delta > 0$	ವಾಸ್ತವ ಮತ್ತು ವಿಭಿನ್ನ
$\Delta < 0$	ಊಹಾ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು :

SinA	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	CosecA	ವಿಕರ್ಣ / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು
CosA	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	SecA	ವಿಕರ್ಣ / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು
Tan A	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	CotA	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು



$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$

ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು

1) $\sin(90^0 - \theta) = \cos\theta$
2) $\cos(90^0 - \theta) = \sin\theta$
3) $\tan(90^0 - \theta) = \cot\theta$
4) $\cot(90^0 - \theta) = \tan\theta$
5) $\mathrm{cosec}(90^0 - \theta) = \sec\theta$
6) $\sec(90^0 - \theta) = \mathrm{cosec}\theta$

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ವಿಲೋಮಗಳು

$\frac{1}{SinA}$	ವಿಕರ್ಣ / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	CosecA
$\frac{1}{CosA}$	ವಿಕರ್ಣ / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	SecA
$\frac{1}{Tan A}$	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು	CotA
$\frac{1}{CosecA}$	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	SinA
$\frac{1}{SecA}$	ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು / ವಿಕರ್ಣ	SecA
$\frac{1}{CotA}$	ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು / ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು	CotA

ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	ND
cosec	ND	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	ND
cot	ND	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ

ನೇರಸರಾಸರಿ $\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f}$ ಅಂದಾಜುಸರಾಸರಿ $\bar{X} = a + \frac{\sum fd}{\sum f}$ ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ಸರಾಸರಿ $\bar{X} = a + \frac{\sum fu}{\sum f} x\ h$

- ಬಹುಲಕ $= l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right] h$ * ಮಧ್ಯಾಂಕ $= l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] h$
- ಕೇಂದ್ರಿಯ ಪ್ರವೃತಿಗಳ ನಡುವಿನ ಪ್ರಾಯೋಗಿಕ ಸಂಬಂಧವು: **3 ಮಧ್ಯಾಂಕ = 2 ಸರಾಸರಿ + ಬಹುಲಕ**

ಸಂಭವನೀಯತೆ

* ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ S = { H,T} n(S)= 2 ($2^1=2$)
* ಎರಡು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ S = { HH,HT,TH,TT} n(S)= 4 ($2^2=4$)
* ಮೂರು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಚಿಮ್ಮಿದಾಗ S = { HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT} n(S)=8 ($2^3=8$)
* ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ S = { 1,2,3,4,5,6} n(S)= 6 ($6^1=6$)
* ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಉರುಳಿಸಿದಾಗ

S = { (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)
(3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)
(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)} n(S)=36 ($6^2=36$)

* ಇಸ್ಪೇಟ್ n(S)=52

ಸ್ಪೇಡ್ಸ್	♠	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K
ಹಾರ್ಟ್ಸ್	♥	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K
ಕ್ಲಬ್ಸ್	♣	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K
ಡೈಮಂಡ್	♦	A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	J	Q	K

*ಸಂಭವನೀಯತೆ P(E) = <u>ಘಟನೆ ಸಂಭವಿಸಿದ ಯತ್ನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ n(E)</u>
ಯತ್ನಗಳ ಒಟ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆ n(S)

* **ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ** P(E) + P(È) = 1
* **ಖಚಿತ ಘಟನೆ** ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು **1** ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
* **ಅಸಂಭವ ಘಟನೆ** ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು **0** ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು

ಘನದ ಹೆಸರು	ವಕ್ರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ಸಿಲಿಂಡರ್	$2\pi rh$	$2\pi r(r+h)$	πr^2h
ಶಂಕು	πrl	$\pi r(r+l)$	$\frac{1}{3}\pi r^2h$
ಶಂಕುಶಂಕುವಿನ ಛಿನ್ನಕ	$\pi(r_1+r_2)l$	$\pi\{(r_1+r_2)l+r_1^2+r_2^2\}$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2\ r_2^2+r_1.r_2)$
ಗೋಳ	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$

ದಿನಾಂಕ : ____________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
1	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರ– ವ್ಯಾಕರೂಪದ ಪ್ರಶ್ನೆ		3 ಅಂಕಗಳು

ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಏಳರಷ್ಟಿತ್ತು ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?

ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು $= x$, ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು $= y$ ಆಗಿರಲಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ

ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ $x + 5 = 3(y + 5)$

$\Rightarrow x + 5 = 3y + 15 \Rightarrow x - 3y = 10$ (1)

ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ $x - 5 = 7(y - 5)$

$\Rightarrow x - 5 = 7y - 35 \Rightarrow x - 7y = -30$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Rightarrow x = 10 + 3y$ (3)

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$10 + 3y - 7y = -30$

$10 - 4y = -30$

$-4y = -30 - 10$

$-4y = -40$

$y = \frac{-40}{-4} = 10$ $y = 10$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 10 + 3(10) = 10 + 30 = 40$

ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು $= 40$, ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು $= 10$

2	ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರ– ವ್ಯಾಕರೂಪದ ಪ್ರಶ್ನೆ		3 ಅಂಕಗಳು

ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದು $\frac{1}{3}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದಕ್ಕೆ 8ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅದು $\frac{1}{4}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದತ್ತ ಭಿನ್ನರಾಶಿ = $\frac{x}{y}$ ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{x-1}{y} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 3x - y = 3$ (1)

$\frac{x}{y+8} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 4x - y = 8$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$4x - y = 8$	(2)
$3x - y = 3$	(1)
$x \quad = 5$	

$x = 5$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$15 - y = 3$

$y = 12$

ಆದ್ದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ = $\frac{5}{12}$

3	ಸರಾಸರಿ		3 ಅಂಕಗಳು

ಒಂದು ಪ್ರದೇಶದ 25 ಕುಟುಂಬಗಳ ಪ್ರತಿನಿತ್ಯದ ಆಹಾರದ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ತೋರಿಸುತ್ತದೆ.

ದಿನ ನಿತ್ಯದ ವೆಚ್ಚ (ರೂಗಳಲ್ಲಿ)	100–150	150–200	200–250	250–300	300–350
ಕುಟುಂಬಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	4	5	12	2	2

ಸೂಕ್ತ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪ್ರತಿನಿತ್ಯದ ಆಹಾರದ ವೆಚ್ಚದ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a = 225 , h = 50

ದಿನ ನಿತ್ಯದ ವೆಚ್ಚ (ರೂಗಳಲ್ಲಿ) x_i	ಪೆಟ್ಟಿಗೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ f_i	x_i	$d_i = x_i - 150$	$u_i = \frac{x_i - 75.5}{3}$	$f_i u_i$
100–150	4	125	–100	–2	–8
150–200	5	175	–50	–1	–5
200–250	12	225	0	0	0
250–300	2	275	50	1	2
300–350	2	325	100	2	4
	$\sum f_i$ =25				–7

ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h$

$= 225 + \frac{-7}{25} \times 50 = 225 - 14 = 211$

ಇಲ್ಲಿ ಹಂತ ವಿಚಲನಾ ವಿಧಾನ ಸೂಕ್ತವಾಗಿದೆ.

4	ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.		3 ಅಂಕಗಳು

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕಕ್ಕೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
ಆವೃತ್ತಿ	4	9	15	14	8

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ (f)	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ (cf)
0–10	4	4
10–20	9	13=cf
20–30	15=f	28
30–40	14	42
40–50	8	50
	n=50	

n=50 $\therefore n/2$ = 50/2 =25

$\therefore$ ಮಧ್ಯಾಂಕವಿರುವ ವರ್ಗಾಂತರ =20–30 ,

l=20 , h=10, cf =13 , f =15

ಮಧ್ಯಾಂಕ $= l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

$= 20 + \left[\frac{25-13}{15}\right] \times 10$

$= 20 + \left[\frac{12}{15}\right] \times 10$

$= 20 + \frac{120}{15}$

$= 20 + 8$

$= 28$

5	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ ಭಾಗಾಕಾರ		3 ಅಂಕಗಳು

$p(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 5$ ನ್ನು $g(x) = x^2 + 2x + 1$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ದೊರಕುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$p(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 5$ $g(x) = x^2 + 2x + 1$ $q(x) = ?$ & $r(x) = ?$

$x^2 + 2x + 1)\ 3x^3 + x^2 + 2x + 5\ (3x - 5$

$3x^3 + 6x^2 + 3x$

$- \quad - \quad -$

$-5x^2 - 1x + 5$

$-5x^2 - 10x - 5$

$+ \quad + \quad +$

$9x + 10$

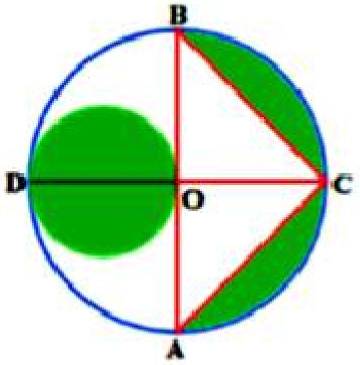
∴ ಭಾಗಲಬ್ಧ = $q(x) = 3x - 5$ & ಶೇಷ = $9x + 10$

6	ಛಾಯಾಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ		3

O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ. OD ಯು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. OA = 7 cm ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $R = 7$ cm

ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \frac{7}{2}$ cm



ΔBCA ಯ ಎತ್ತರ $= OC = 7$ cm

ΔBCAಯ ಪಾದ $= AB = 14$ cm

ΔBCA ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times AB \times OC$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 14 = \mathbf{49\ cm^2}$

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi R^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 = \mathbf{154\ cm^2}$

ದೊಡ್ಡ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{154}{7}\ cm^2 = \mathbf{77\ cm^2}$

ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{77}{2} \mathbf{cm^2}$

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ದೊಡ್ಡ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ΔBCA ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \left(77 - 49 + \frac{77}{2}\right) cm^2$

$= \left(\frac{154 - 98 + 77}{2}\right) cm^2$

$= \left(\frac{133}{2}\right) cm^2$

$= \mathbf{66.5\ cm^2}$

	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		18

ದಿನಾಂಕ : ________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
7	ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ		3 ಅಂಕಗಳು

$\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z$, $q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]

ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಗಳಿಗೆ 1 ರ ಹೊರತು ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಈಗ, $\sqrt{5} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{5}q = p$

ಎರಡೂ ಬದಿ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ,

$(\sqrt{5}q)^2 = p^2$

$\Rightarrow 5q^2 = p^2$ (1)

$\Rightarrow 5, p^2$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 5,$ p ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ $p = 3m$ ಆಗಿರಲಿ,

(1) $\Rightarrow 5q^2 = (5m)^2$

$\Rightarrow q^2 = 5m^2$

$\Rightarrow 5, q^2$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 5,$ q ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ 5, p ಮತ್ತು q ಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ.

ಇದು ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

8	ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ವ್ಯಾಕರೂಪದ ಪ್ರಶ್ನೆ		3 ಅಂಕಗಳು

ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದಿನ ರೆಹಮಾನನ ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ) ಮತ್ತು 5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರದ ಆತನ ವಯಸ್ಸು ಇವುಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳ ಮೊತ್ತ $\frac{1}{3}$ ಆದರೆ ಆತನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ರೆಹಮಾನ್‌ನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು $= x$ ವರ್ಷಗಳು

3 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ರೆಹಮಾನ್‌ನ ವಯಸ್ಸು $= (x-3)$ ವರ್ಷಗಳು

5 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಆತನ ವಯಸ್ಸು $= (x+5)$ ವರ್ಷಗಳು

ಇದರ ಮೊತ್ತ $= \frac{1}{3}$

$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{3},$

$3(x+5) + 3(x-3) = (x-3)(x+5)$

$3x + 15 + 3x - 9 = x^2 + 2x - 15$

$6x + 15 - 9 = x^2 + 2x - 15$

$x^2 + 2x - 15 = 6x + 6$

$x^2 - 4x - 21 = 0$

$x^2 - 7x + 3x - 21 = 0$

$x(x-7) + 3(x-7) = 0$

$(x-7)(x+3) = 0$

$x - 7 = 0, \; x + 3 = 0$

$x = 7, \quad x = -3$

ರೆಹಮಾನ್‌ನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು $= 7$ ವರ್ಷಗಳು

9	ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣ ವ್ಯಾಕರೂಪದ ಪ್ರಶ್ನೆ		3 ಅಂಕಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 15: ಒಂದು ಮೋಟಾರು ದೋಣಿಯ ಜವವು ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ 18km/h ಆಗಿದೆ. ಆ ದೋಣಿಯು ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ 24 km ದೂರ ಚಲಿಸಲು, ಅದು ಪ್ರವಾಹದೊಡನೆ ಮೊದಲಿನ ಸ್ಥಾನಕ್ಕೆ ಹಿಂದಿರುಗಲು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯಕ್ಕಿಂತ ಒಂದು ಘಂಟೆ ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಪ್ರವಾಹದ ಜವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ್ರವಾಹದ ಜವ $= x$ km/h

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ ದೋಣಿಯ ವೇಗ $= (18 - x)$km/h

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ದೋಣಿಯ ವೇಗ $= (18 + x)$km/h

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಎದುರಾಗಿ ಚಲಿಸಲು ದೋಣಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ $= \frac{24}{18-x}$ ಗಂಟೆ

ಪ್ರವಾಹಕ್ಕೆ ಕೆಳಮುಖವಾಗಿ ಚಲಿಸಲು ದೋಣಿ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯ $= \frac{24}{18+x}$ ಗಂಟೆ

$\frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1$, .

$24(18 + x) - 24(18 - x) = 1(18 - x)(18 + x)$

$432 + 24x - 432 + 24x = 324 - x^2$

$48x = 324 - x^2$

$-x^2 + 324 - 48 = 0$ x (-1)

$x^2 + 48x - 324 = 0$

ಇದು $ax^2 + bx + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$a = 1, \quad b = 48, \quad c = -324$

ಮೂಲಗಳು $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(48) \pm \sqrt{(-48)^2 - 4(1)(-324)}}{2(1)}$

$x = \frac{-48 \pm \sqrt{2304+1296}}{2}$

$x = \frac{-48 \pm \sqrt{3600}}{2}$

$x = \frac{-48 \pm 60}{2}$

$x = \frac{-48+60}{2}, \quad x = \frac{-48-60}{2}$

$x = \frac{12}{2}, \quad x = \frac{-108}{2}$

$x = 6, \quad x = -54$

ಪ್ರವಾಹದ ಜವ $= x = 6\ km/h$

10	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಪ್ರಸ್ತಾವಣೆ – ಸಾಧಿಸಿ		3 ಅಂಕಗಳು

$(\sin A + \operatorname{cosec} A)^2 + (\cos A + \sec A) = 7 + \tan^2 A + \cot^2 A$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

L.H.S. $= (\sin A + \operatorname{cosec} A)^2 + (\cos A + \sec A)^2$

$= \sin^2 A + \operatorname{cosec}^2 A + 2 \sin A \operatorname{cosec} A + \cos^2 A + \sec^2 A + 2 \cos A \sec A$

$= (\sin^2 A + \cos^2 A) + 2 \sin A\left(\frac{1}{\sin A}\right) + 2 \cos A\left(\frac{1}{\cos A}\right) + 1 + \tan^2 A + 1 + \cot^2 A$

$= 1 + 2 + 2 + 2 + \tan^2 A + \cot^2 A$

$= 7 + \tan^2 A + \cot^2 A =$ R.H.S.

11	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಪ್ರಸ್ತಾವಣೆ – ಸಾಧಿಸಿ		3 ಅಂಕಗಳು

$\frac{\cos(90-\theta)}{1+\sin(90-\theta)} + \frac{1+\sin(90-\theta)}{\cos(90-\theta)} = 2\ cosec\theta$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

$$\text{LHS} = \frac{\cos(90-\theta)}{1+\sin(90-\theta)} + \frac{1+\sin(90-\theta)}{\cos(90-\theta)}$$

$$= \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + (1+\cos\theta)^2}{(1+\cos\theta)\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + 1 + \cos^2\theta + 2\times 1\times\cos\theta}{(1+\cos\theta)\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta + 1 + 2\cos\theta}{(1+\cos\theta)\sin\theta}$$

$$= \frac{1+1+2\cos\theta}{(1+\cos\theta)\sin\theta}$$

$$= \frac{2+2\cos\theta}{(1+\cos\theta)\sin\theta}$$

$$= \frac{2\cancel{(1+\cos\theta)}}{\cancel{(1+\cos\theta)}\sin\theta}$$

$$= \frac{2}{\sin\theta}$$

$$= 2cosec\theta$$

$$\therefore LHS = RHS$$

12	ಸಂಭವನಿಯತೆ		3 ಅಂಕಗಳು

ಚೆನ್ನಾಗಿ ಬೆರೆಸಿದ 52 ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳ ಒಂದು ಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಒಂದು ಕಾರ್ಡ್‌ನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. (i) ಒಂದು ಕೆಂಪು ರಾಜ (ii) ಒಂದು ಮುಖ (ಗೌರವಾನ್ವಿತ) ಕಾರ್ಡ್ (iii) ಒಂದು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಮುಖ (ಗೌರವಾನ್ವಿತ) ಕಾರ್ಡ್ (iv) ಹಾರ್ಟ್‌ನ ಜ್ಯಾಕ್ (v) ಒಂದು ಸ್ಪೇಡ್ (vi) ಡೈಮಂಡ್‌ನ ರಾಣಿ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಟ್ಟು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳು $= 52$

(i) ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ರಾಜರ ಸಂಖ್ಯೆ $= 2$

ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ರಾಜನನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

(ii) ಮುಖ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳ ಸಮಖ್ಯೆ $= 12$

ಮುಖ ಕಾರ್ಡ್ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

(iii) ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಮುಖ ಕಾರ್ಡ್‌ಗಳು $= 6$

ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣದ ಮುಖ ಕಾರ್ಡ್ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$

(iv) ಹಾರ್ಟ್ ಜಾಕ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= 1$

ಹಾರ್ಟ್ ಜಾಕ್ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{1}{52}$

(v) ಸ್ಪೇಡ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= 13$

ಸ್ಪೇಡ್ ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

(vi) ಡೈಮಂಡಿನ ರಾಣಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $= 1$

ಡೈಮಂಡಿನ ರಾಣಿಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ $= \frac{1}{52}$

	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		18

ದಿನಾಂಕ : ____________ ಇಂದು ನಾನು ಪ್ರಾಮಾಣಿಕವಾಗಿ ಇಷ್ಟ ಪಟ್ಟು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ ಸಾಧಿಸೆ ಸಾಧಿಸುವೇ...

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
13	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ		4 ಅಂಕಗಳು

ನಾಲ್ಕು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 32, ಮೊದಲ & ಕೊನೆಯ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ & ಮಧ್ಯದ ಎರಡು ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧಗಳ ಅನುಪಾತವು7:15 ಆದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉತ್ತರ : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 4 ಪದಗಳು

$a-3d,\ a-d,\ a+d,\ a+3d$ ಆಗಿರಲಿ

$a-3d+a-d+a+d+a+3d = 32$

$4a = 32 \quad \therefore \mathbf{a = 8}$

$(a-3d)(a+3d) : (a-d)(a+d) = 7 : 15$

$(a-3d)(a+3d) / (a-d)(a+d) = 7/15$

$15(a^2 - 9d^2) = 7(a^2 - d^2)$

$15a^2 - 135d^2 = 7a^2 - 7d^2$

$15a^2 - 7a^2 = 135d^2 - 7d^2$

$8a^2 = 128d^2$

$8 \times 8^2 = 128d^2$

$d^2 = 512/128 \quad d^2 = 4 \quad \mathbf{d = 2}$

∴ಆಸಂಖ್ಯೆಗಳು $(a-3d),(a-d),(a+d),(a+3d)$

2, 6, 10, 14

ಕ್ರ.ಸಂ	ಸಾಧಿಸುವೇ	ಸಾಧಿಸಿದೆ	ಫಲ
14	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ		4 ಅಂಕಗಳು

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ 4 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 10. ಒಂದನೇ ಮತ್ತು 4 ನೇ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು 2 ಮತ್ತು 3 ನೇ ಪದಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ 10 ರಷ್ಟಿದ್ದರೆ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 4 ಪದಗಳು

$(a-3d), (a-d), (a+d), (a+3d)$

ಆಗಿರಲಿ

4 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ = 10

$a-3d+a-d+a+d+a+3d = 10$

$4a = 10$

$a = \frac{10}{4}$

$\therefore a = \frac{5}{2}$

$(a-3d)(a+3d) = 10(a-d)(a+d)$

$a^2 - (3d)^2 = 10(a^2 - d^2)$

$\left(\frac{5}{2}\right)^2 - (3d)^2 = 10\left[\left(\frac{5}{2}\right)^2 - d^2\right]$

$\frac{25}{4} - 9d^2 = 10\left[\frac{25}{4} - d^2\right]$

$\frac{25}{4} - 9d^2 = 10 \times \frac{25}{4} - 10d^2$

$\frac{25}{4} - 9d^2 = 10 \times \frac{25}{4} - 10d^2$

$10d^2 - 9d^2 = 10 \times \frac{25}{4} - \frac{25}{4}$

$d^2 = \frac{25}{4}[10-1]$

$d^2 = \frac{25}{4} \times 9$

$d = \pm\sqrt{\frac{225}{4}}$

$d = \pm\frac{15}{2}$

$d = +\frac{15}{2}$ ಅಥವಾ $d = -\frac{15}{2}$

$\therefore a = \frac{5}{2}$ & $d = \frac{15}{2}$ ಆದಾಗ ಆ 4 ಪದಗಳು

ಆ 4 ಪದಗಳು −20, −5, 10, 15 ಆಗಿವೆ.

15	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನ್ವಯ		4 ಅಂಕಗಳು

100m ಎತ್ತರವಿರುವ ಒಂದು ದೀಪ ಸ್ತಂಭದ ಮೇಲಿನಿಂದ ಅದರ ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿ ಇರುವ ಎರಡು ಹಡಗುಗಳ ಅವನತ ಕೋನಗಳು 30^0 ಮತ್ತು 45^0 ಆಗಿದೆ. ಒಂದು ಹಡಗು ಮತ್ತೊಂದು ಹಡಗಿನ ಹಿಂಬದಿಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ ಹಡಗುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ($\sqrt{3}$ ≈1.73 ಎಂದು ಬಳಸಿ)

ಉತ್ತರ : $\Delta ABC \ \angle ACB = 45^0$

$$\tan\theta = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan 45 = \frac{100}{BC}$$

$$1 = \frac{100}{BC}$$

BC= 100

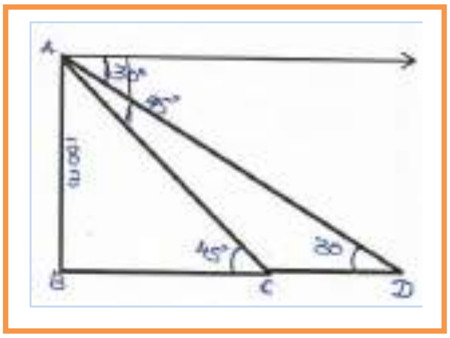
$\Delta ABC \ \angle ACB = 30^0$

$$\tan\theta = \frac{AB}{BD}$$

$$\tan 30 = \frac{100}{BD}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{BD}$$

BD= $100\sqrt{3}$



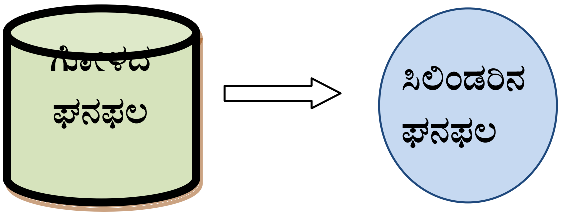
ಹಡಗುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ =BD - BC= $100\sqrt{3} - 10 = 100(1.73) - 100 = 173 - 100$ =73m

16	ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ		4 ಅಂಕಗಳು

3cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಘನಗೋಳವನ್ನು ಕರಗಿಸಿ 9m ಉದ್ದದ ಒಂದು ಸಿಲಿಂಡರಿನಾಕಾರದ ತಂತಿಯನ್ನಾಗಿ ಪರಿವರ್ತಿಸಮಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ದೊರೆತ ತಂತಿಯ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

r – ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ

R – ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ

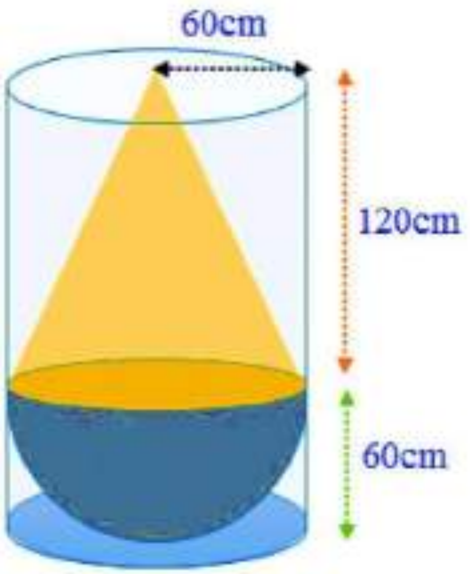


ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ = ಗೋಳದ ಘನಫಲ

$$\pi R^2 h = \frac{4}{3}\pi r^3$$
$$R^2 h = \frac{4}{3} r^3$$
$$R^2 \times 900 = \frac{4}{3} \times 3^3$$
$$R^2 = \frac{4}{900} \times 3^2$$
$$R^2 = \frac{4}{900} \times 9$$
$$R^2 = \frac{4}{100}$$
$$R = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$
$$R = 0.2cm$$

17	ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ		5 ಅಂಕಗಳು

60cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಅರ್ಧಗೋಳದ ಪಾದದ ಮೇಲೆ 120 cm ಎತ್ತರ ಮತ್ತು 60cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ನೇರ ವೃತ್ತ ಪಾದ ಶಂಕುವನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಂಪೂರ್ಣವಾಗಿ ನೀರಿನಿಂದ ತುಂಬಿದ ನೇರ ವೃತ್ತಪಾದ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ತಳವನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ನೇರವಾಗಿ ಈ ಘನಾಕೃತಿಯನ್ನು ಮುಳುಗಿಸಲಾಗಿದೆ. ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 60 cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರವು 180cm ಆದರೆ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರಿನ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಸಿಲಿಂಡರಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = 60cm$; ಎತ್ತರ $h = 180cm$

ಶಂಕುವಿನ ತ್ರಿಜ್ಯ ಎತ್ತರ $h_1 = 120cm$

ಸಿಲಿಂಡರಿನ ಘನಫಲ = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} x\ 60\ x\ 60\ x\ 180 = 2036571.43cm^3$

ಶಂಕುವಿನ ಘನಫಲ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h_1$

$= \frac{22}{7}\ x\ 20\ x\ 60\ x\ 120 = 452571.43cm^3$

ಅರ್ಧಗೋಳದ ಘನಫಲ = $\frac{2}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\ x\ \frac{22}{7}\ x\ 60\ x60\ x60 = 4525571.43cm^3$

∴ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿ ಉಳಿದಿರುವ ನೀರು

$= 2036571.43 - (452571.43 + 452571.43)$

$= 2036571.43 - 905142.86$

$= 1131428.57cm^3 = 1.131m^3$

	ಇಂದು ಒಟ್ಟು ಅಂಕಗಳಿಸಿದ್ದು		21