

ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ.

ಗಣಿತ ವಿಷಯದ ಪಾಸಿಂಗ್ ಪ್ಯಾಕೇಜ್

(ಸ್ವ-ಕಲಿಕಾ ಸಾಧನ)

ನಾ ಕಲಿಯುವೆ

ಪಾಸಾಗುವೆ

ಇವರಿಂದ

ಕೋರಿ ವಿಶ್ವನಾಥ, ಗಣಿತ ಶಿಕ್ಷಕರು

ಜಿಪಿಜಿ ಬಾಲಕರ ಪ ಪೂ ಕಾಲೇಜ್ (ಪ್ರೌಢಶಾಲೆ ವಿಭಾಗ)

ಹೂವಿನ ಹಡಗಲಿ, ವಿಜಯನಗರ ಜಿಲ್ಲೆ

Target – 28

ಕ್ರ. ಸಂ.	ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು	ಅಂಕ ಗಳು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
1	ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪ್ರಮೇಯಗಳು (4 ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು)	4/5	3
2	ವೃತ್ತಗಳ ಪ್ರಮೇಯಗಳು (2 ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು)	3	5
3	ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು	4	6
4	ಓಜೀವ ರಚನೆ	3	8
5	ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ /ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುವ ರಚನೆ	2	13
6	ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ	4	15
7	ಸೂತ್ರಗಳನ್ನು ಕಲಿಯುವುದು	2	17
8	ಸರಾಸರಿ/ ಮಧ್ಯಾಂಕ/ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವ ಸಮಸ್ಯೆ	3	21
9	ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ನೇ ಪದ/ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2	24
10	ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು	2	27
ಒಟ್ಟು		28	

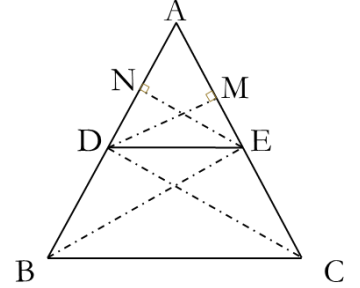
Target – 40

ಕ್ರ. ಸಂ.	ಕಲಿಕಾಂಶಗಳು	ಅಂಕ ಗಳು	ಪುಟ ಸಂಖ್ಯೆ
10	Target - 28	28	1-27
11	ಸೂತ್ರಗಳು/ ಸಾರಾಂಶ (T-28 ನಲ್ಲಿ ಕಲಿಯದೆ ಉಳಿದ ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)	-	28
12	ದೂರದ ಸೂತ್ರ / ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ / ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2 / 3	30
13	ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು	2	34
14	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆ / ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನದ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	2 / 3	35
15	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು / ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2	37
16	ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ಆಧಾರಿತ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆ	2	40
17	ಸಂಭವನೀಯತೆ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2	41
ಒಟ್ಟು		40	

1 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪ್ರಮೇಯಗಳು (4 ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು) **4/5 ಅಂಕ**

ಪ್ರಮೇಯ 2.1 : ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ) (ಏಪ್ರಿಲ್ 2018, 2017)

“ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.”



ದತ್ತ: $\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $BC \parallel DE$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ರಚನೆ: BE ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು $DM \perp AC$ ಮತ್ತು $EN \perp AB$ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ: $\frac{\text{ವಿ}(\triangle ADE)}{\text{ವಿ}(\triangle BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} = \frac{AD}{DB} \rightarrow \textcircled{1}$ (Δ ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times$ ಪಾದ \times ಎತ್ತರ)

ಮತ್ತು $\frac{\text{ವಿ}(\triangle ADE)}{\text{ವಿ}(\triangle CED)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \frac{AE}{EC} \rightarrow \textcircled{2}$

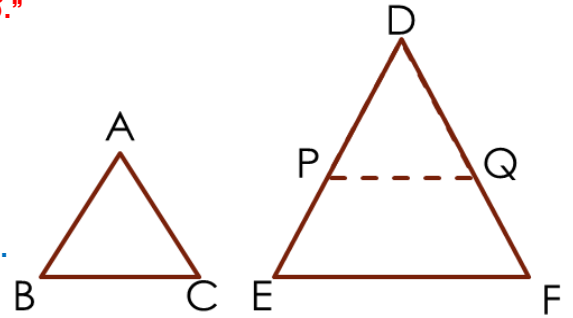
$\triangle BDE$ ಮತ್ತು $\triangle CED$ ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DF ಮತ್ತು $BC \parallel DE$ ನಡುವೆ ಇವೆ.

$\therefore \text{ವಿ}(\triangle BDE) = \text{ವಿ}(\triangle CED) \rightarrow \textcircled{3}$

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ ($\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ ಮತ್ತು $\textcircled{3}$ ರಿಂದ)

ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಮೇಯ (AAA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ) (ಏಪ್ರಿಲ್ 2023, 2016) (ಜೂನ್/ಜುಲೈ 2022, 2020, 2017,2015)

“ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ) ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ.”



ದತ್ತ: $\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DEF$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ ಮತ್ತು $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

ರಚನೆ: $DP=AB$ ಮತ್ತು $DQ=AC$ ಆಗುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ PQ ಅನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: $\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DPQ$ ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle A = \angle D$ (\because ದತ್ತ)

$DP=AB$ ಮತ್ತು $DQ=AC$ (\because ರಚನೆ)

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DPQ$ (\because ಬಾ. ಕೋ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆಯ ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ)

$\angle B = \angle P$ ಮತ್ತು $PQ = BC \rightarrow \textcircled{1}$ (\because ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಭಾಗಗಳು)

ಆದರೆ $\angle B = \angle E = \angle P$ (\because ದತ್ತ ಮತ್ತು $\textcircled{1}$)

$\therefore PQ \parallel EF$ (\because ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} = \frac{DQ}{DF}$ (\because ಥೇಲ್ಸ್ ನ ಉಪಪ್ರಮೇಯ)

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ (\because ರಚನೆ ಮತ್ತು $\textcircled{1}$)

1 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಪ್ರಮೇಯಗಳು (4 ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು) **4/5 ಅಂಕ**

ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ: (ಪ್ರಮೇಯ 2.6) (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022, 2019) (ಜೂನ್-2023, 2016)

“ ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

ದತ್ತ: $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

ಸಾಧಾನೀಯ: $\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{PR}\right)^2$

ರಚನೆ: $AM \perp BC$ ಮತ್ತು $PN \perp QR$ ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ

ಸಾಧನೆ: ΔABM ಮತ್ತು ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ

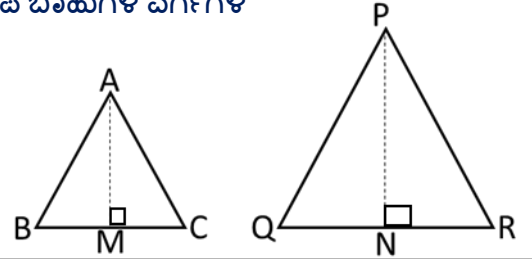
$\angle B = \angle Q$ ($\because \Delta ABC \sim \Delta PQR$)

$\angle M = \angle N = 90^\circ$ (\because ರಚನೆ)

$\Delta ABM \sim \Delta PQN$ (\because AA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ} \rightarrow$ ①

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \rightarrow$ ② (ದತ್ತ)



$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{\frac{1}{2} \times BC \times AM}{\frac{1}{2} \times QR \times PN}$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \frac{AB}{PQ} \times \frac{AB}{PQ} \quad (\because \text{① \& ②})$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ABC)}{\text{ವಿ}(\Delta PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{PR}\right)^2$$

ಪೈಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಪ್ರಮೇಯ 2.8) (ಎಪ್ರಿಲ್- 2020, 2015) (ಜೂನ್- 2019, 2018)

“ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

ದತ್ತ: ΔABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ. ಇಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$ ಆಗಿದೆ.

ಸಾಧಾನೀಯ: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ: $BD \perp AC$ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ: $\Delta ADB \sim \Delta ABC$ (\because ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

$\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ (\because AA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$AD \cdot AC = AB^2 \rightarrow$ ①

$\Delta BDC \sim \Delta ABC$ (\because ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

$\frac{DC}{BC} = \frac{BC}{AC}$ (\because AA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

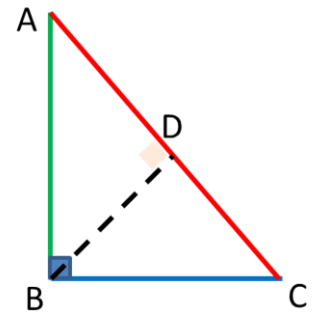
$DC \cdot AC = BC^2 \rightarrow$ ②

① + ② $\rightarrow AD \cdot AC + DC \cdot AC = AB^2 + BC^2$

$AC \cdot (AD + DC) = AB^2 + BC^2$

$AC \cdot AC = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$



2

ವೃತ್ತಗಳ ಪ್ರಮೇಯಗಳು (2 ಪ್ರಮೇಯಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು)

3 ಅಂಕ

ಪ್ರಮೇಯ 4.1: (ಜೂನ್- 2023)

“ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಇಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

ದತ್ತ : O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ XY ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $OP \perp XY$

ರಚನೆ : P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, XY ಮೇಲೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದು Q ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು OQ ಅನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

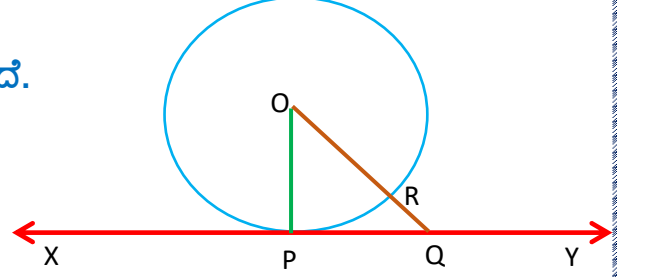
ಸಾಧನೆ : $OQ = OR + RQ$ (ಇಲ್ಲಿ OR ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ)

$OQ = OP + RQ$ (OR = OP ಏಕೆಂದರೆ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$OQ > OP$

ಅದ್ದರಿಂದ O ಬಿಂದುವಿನಿಂದ XY ಗೆ ಇರುವ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರ OP ಆಗಿದೆ.

$\therefore OP \perp XY$



ಪ್ರಮೇಯ 4.2: (ಎಪ್ರಿಲ್- 2023, 2022, 2019, 2015) (ಜೂನ್- 2022, 2020, 2019, 2018, 2016, 2015)

“ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

ದತ್ತ : ' O ' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು ' P ' ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ PQ & PR ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾದೆ.

ಸಾಧನೀಯ : $PQ = PR$

ರಚನೆ : OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

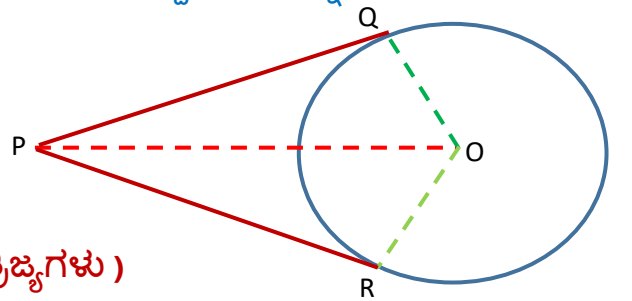
ಸಾಧನೆ : $\triangle OPQ$ ಮತ್ತು $\triangle OPR$ ಗಳಲ್ಲಿ

$OQ = OR$ (ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$OP = OP$ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

ಆದ್ದರಿಂದ $\triangle OPQ \cong \triangle OPR$ (ಲಂ.ವಿ.ಬಾ)

$\therefore PQ = PR$ (ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಭಾ)



3

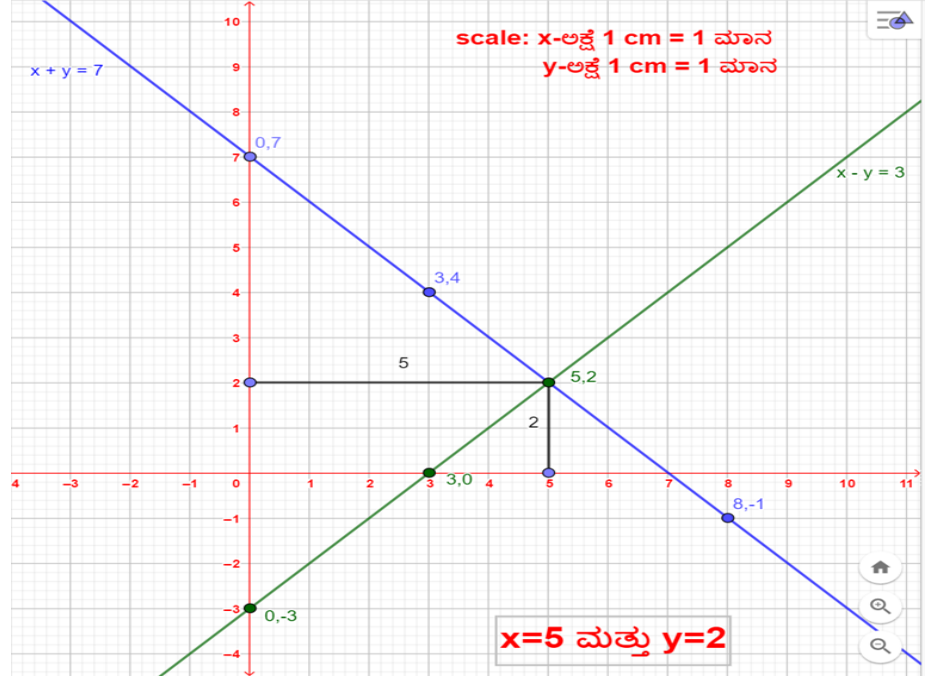
ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು

4 ಅಂಕ

1) $x - y = 3$ ಮತ್ತು $x + y = 7$ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.

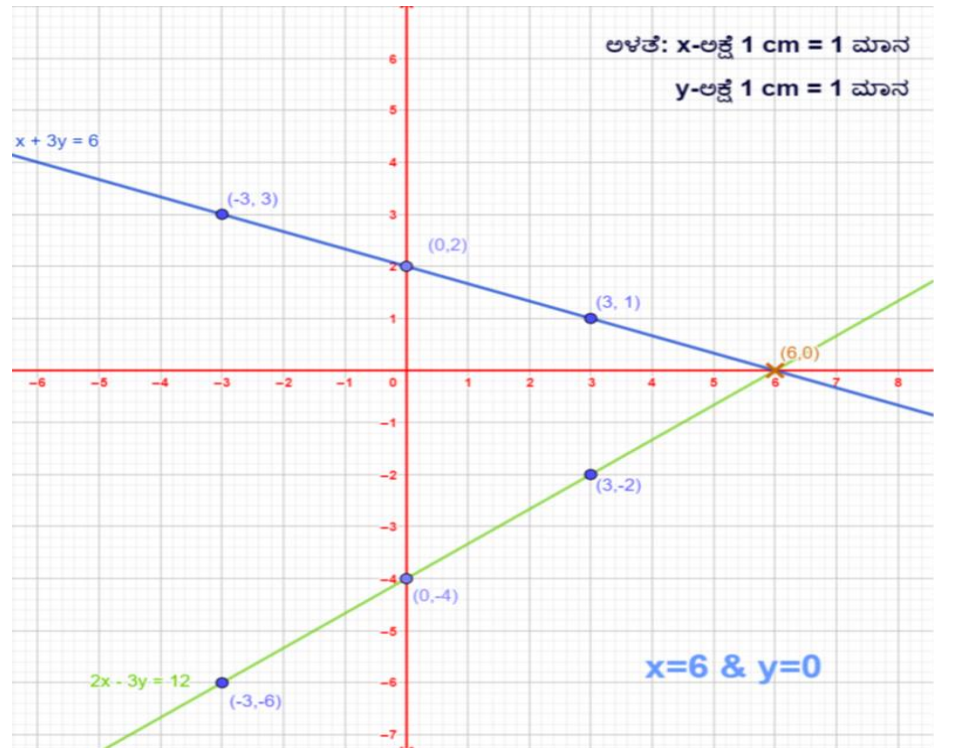
$x - y = 3$			
x	0	3	5
y	-3	0	2

$x + y = 7$			
x	0	3	-1
y	7	4	8

2) $x + 3y = 6$ ಮತ್ತು $2x - 3y = 12$ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷೆ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.

$x + 3y = 6$			
x	0	3	-3
y	2	1	3

$2x - 3y = 12$			
x	0	3	-3
y	-4	-2	-6



3

ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು

4 ಅಂಕ

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ , ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ

- 1) ಜೂ- 2023 → $x+y=5$ ಮತ್ತು $2x+y=6$ (ಉ: $x=1$ & $y=4$)
- 2) ಎ- 2023 → $2x+y=8$ ಮತ್ತು $x-y=1$ (ಉ: $x=3$ & $y=2$)
- 3) ಜು- 2022 → $2x-y=7$ ಮತ್ತು $x-y=2$ (ಉ: $x=5$ & $y=3$)
- 4) ಎ- 2022 → $x+2y=6$ ಮತ್ತು $x+y=5$ (ಉ: $x=4$ & $y=1$)
- 5) ಅ- 2020 → $2x+y=8$ ಮತ್ತು $x+y=5$ (ಉ: $x=3$ & $y=2$)
- 6) ಎ- 2020 → $x+y=7$ ಮತ್ತು $3x-y=1$ (ಉ: $x=2$ & $y=5$)
- 7) ಎ- 2019,2021 → $2x+y=6$ ಮತ್ತು $2x-y=2$ (ಉ: $x=2$ & $y=2$)
- 8) ಜೂ- 2019 → $2x+y=8$ ಮತ್ತು $x-y=1$ (ಉ: $x=3$ & $y=2$)
- 9) $2x-y=2$ ಮತ್ತು $4x-y=4$ (ಉ: $x=1$ & $y=0$)
- 10) $x-y=-1$ ಮತ್ತು $3x+2y=12$ (ಉ: $x=2$ & $y=3$)
- 11) $x-2y=0$ ಮತ್ತು $3x+4y=20$ (ಉ: $x=4$ & $y=2$)
- 12) $x+y=5$ ಮತ್ತು $2x-y=4$ (ಉ: $x=3$ & $y=2$)
- 13) $2x+y=10$ ಮತ್ತು $x+y=6$ (ಉ: $x=4$ & $y=2$)
- 14) $x+y=5$ ಮತ್ತು $2x+y=7$ (ಉ: $x=2$ & $y=3$)
- 15) $5x+y=17$ ಮತ್ತು $2x-2y=2$ (ಉ: $x=3$ & $y=2$)
- 16) $2x+3y=2$ ಮತ್ತು $x-2y=8$ (ಉ: $x=4$ & $y=-2$)
- 17) $2x+y=11$ ಮತ್ತು $x-y=1$ (ಉ: $x=4$ & $y=3$)
- 18) $2x+y=9$ ಮತ್ತು $x-y=3$ (ಉ: $x=4$ & $y=1$)
- 19) $2x+y=5$ ಮತ್ತು $x+y=4$ (ಉ: $x=1$ & $y=3$)
- 20) $2x+y=12$ ಮತ್ತು $x+y=7$ (ಉ: $x=5$ & $y=2$)
- 21) $2x+y=5$ ಮತ್ತು $2x-y=3$ (ಉ: $x=4$ & $y=1$)
- 22) $2x-y=1$ ಮತ್ತು $x+2y=13$ (ಉ: $x=3$ & $y=5$)
- 23) $x+y=7$ & $x-y=1$ ಉ: $x=4$ & $y=3$
- 24) $x+y=9$ & $x-y=3$ ಉ: $x=6$ & $y=3$
- 25) $x+y=5$ & $x-y=1$ ಉ: $x=3$ & $y=2$
- 26) $x+y=5$ & $x-y=3$ ಉ: $x=4$ & $y=1$
- 27) $x+y=8$ & $x-y=2$ ಉ: $x=5$ & $y=3$
- 28) $x+y=6$ & $x-y=4$ ಉ: $x=5$ & $y=1$
- 29) $x+y=4$ & $x-y=1$ ಉ: $x=3$ & $y=1$
- 30) $x+y=7$ & $x-y=3$ ಉ: $x=5$ & $y=2$
- 31) $x+y=10$ & $x-y=2$ ಉ: $x=6$ & $y=4$
- 32) $2x+3y=7$ & $3x-4y=2$ ಉ: $x=2$ & $y=1$
- 33) $2x+y=5$ & $3x+2y=8$ ಉ: $x=2$ & $y=1$
- 34) $2x+4y=14$ & $3x-3y=3$ ಉ: $x=3$ & $y=2$
- 35) $3x+2y=16$ & $2x-3y=2$ ಉ: $x=4$ & $y=2$
- 36) $3x-5y=4$ & $3x-2y=7$ ಉ: $x=3$ & $y=1$
- 37) $x+2y=8$ & $3x-y=3$ ಉ: $x=2$ & $y=3$
- 38) $2x+3y=9$ & $3x-4y=5$ ಉ: $x=3$ & $y=1$
- 39) $x+y=9$ & $3x-2y=2$ ಉ: $x=4$ & $y=5$
- 40) $2x+4y=18$ & $x-y=3$ ಉ: $x=5$ & $y=2$

4 ಓಜೀವ ರಚನೆ 3 ಅಂಕ

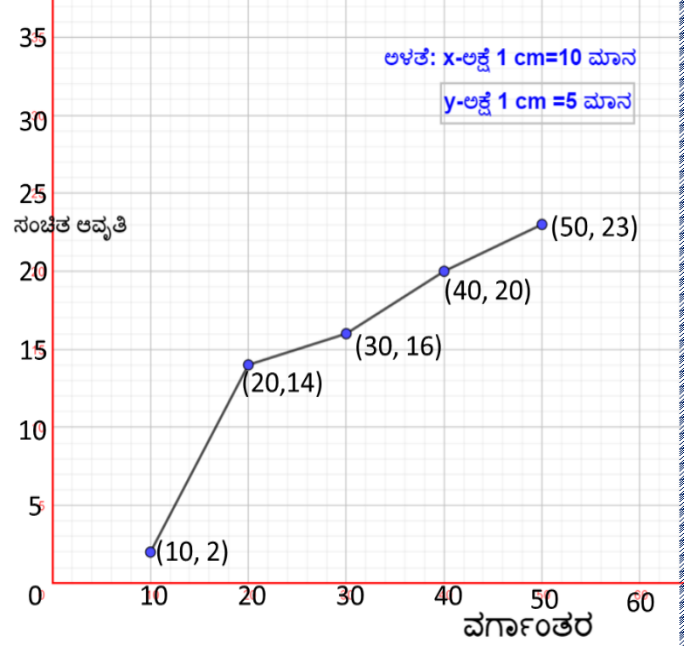
ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್(ಮೇಲ್ಮಿತಿ) - ಆವೃತ್ತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ “ ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	2	12	2	4	3

ಪರಿಹಾರ:

CI	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ (cf)	
10 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2	(10, 2)
20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14 (=2+12)	(20, 14)
30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	16 (=14+2)	(30, 16)
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20 (=16+4)	(40, 20)
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	23 (=20+3)	(50, 23)



1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ “ ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3

2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ “ ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3

3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ “ ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3

4) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ “ ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7

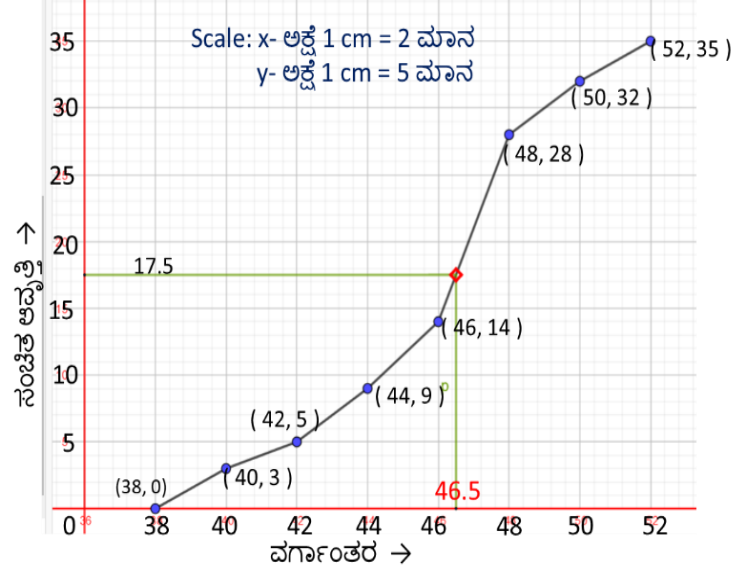
4 ಓಜೀವ ರಚನೆ 3 ಅಂಕ

ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್(ಮೇಲ್ಮೈತಿ) - ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್ “ ರಚಿಸಿರಿ. ಮತ್ತು ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂ.ಹಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
38 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3
42 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
44 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	9
46 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14
48 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	28
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	32
52 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35

ಪರಿಹಾರ:
 ಒಟ್ಟು = N = 35
 $\frac{N}{2} = \frac{35}{2} = 17.5$
 ಮಧ್ಯಾಂಕ = 46.5



2) ಒಬ್ಬ ಜೀವವಿಮಾ ಏಜೆಂಟ್‌ನು 100 ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ವಿತರಣೆಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ” ಓಜೀವ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2023)

ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ)	ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ)
20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2
25 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	6
30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	24
35 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	45
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	78
45 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	89
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	100

4) ಒಂದು ತರಗತಿ 50 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ವೈದ್ಯಕೀಯ ತಪಾಸಣೆಯಲ್ಲಿ ಅದರ ಎತ್ತರಗಳು ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದಾಖಲಾದವು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ” ಓಜೀವ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022)

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರ ಸಂ.ಮೀ.ಗಳಲ್ಲಿ	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ)
140 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
145 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	10
150 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	15
155 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	25
160 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	40
165 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	50

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ: 1) ಒಂದು ಕಾರ್ಖಾನೆಯ 50 ಕೆಲಸಗಾರರ ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದಾಖಲಾದವು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ” ಓಜೀವ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಜೂನ್- 2023)

ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯ (ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ)	ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ)
100 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	10
120 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	25
140 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35
160 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	40
180 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	50

3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಶಾಲೆಯ 10 ನೇ ತರಗತಿ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ” ಓಜೀವ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಜುಲೈ- 2022)

ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರ ಸಂ.ಮೀ.ಗಳಲ್ಲಿ	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ)
130 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	4
140 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	12
150 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	30
160 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	45
170 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	56
180 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	60

5) ಒಬ್ಬ ಜೀವವಿಮಾ ಏಜೆಂಟ್‌ನು 35 ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ವಯಸ್ಸುಗಳ ವಿತರಣೆಯ ದತ್ತಾಂಶಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿವೆ. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ” ಓಜೀವ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್- 2020)

ವಯಸ್ಸು (ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ)	ಪಾಲಿಸಿದಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ)
20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2
25 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	6
30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	12
35 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	16
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20
45 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	25
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35

6) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಖಾನೆಯ 50 ಕೆಲಸಗಾರರ ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯದ ಮಾಹಿತಿಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ” ಓಜೀವ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಏಪ್ರಿಲ್- 2020)

ದೈನಂದಿನ ಆದಾಯ (ರೂ. ಗಳಲ್ಲಿ)	ಕೆಲಸಗಾರರ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ)
100 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0
120 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	8
140 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	20
160 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	34
180 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	44
200 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	50

7) ಒಂದು ತರಗತಿ 35 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕಗಳು ಅವರ ವೈದ್ಯಕೀಯ ತಪಾಸಣೆ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ದಾಖಲಾದವು. ಈ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ “ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ” ಓಜೀವ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಏಪ್ರಿಲ್- 2019)

ತೂಕ (ಕೆ.ಜಿ.ಗಳಲ್ಲಿ)	ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ (ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ)
38 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	0
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	3
42 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	5
44 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	9
46 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14
48 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	28
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	32
52 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	35

8) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕ ದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ ರಚಿಸಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
10 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2
20 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	6
30 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	17
40 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	22
50 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	25

9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕ ದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ ರಚಿಸಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
< 5	3
< 10	9
< 15	20
< 20	34
< 25	44

10) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕ ದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ ರಚಿಸಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
120 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	2
140 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	6
160 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	14
180 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	19

11) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕ ದಿಂದ ಕಡಿಮೆ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ ರಚಿಸಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
15 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	4
25 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	11
35 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	23
45 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	37
55 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	45
65 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ	50

4 ಓಜೀವ ರಚನೆ 3 ಅಂಕ

ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್(ಕೆಳಮಿತಿ) - ಆವೃತ್ತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ "ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್" ರಚಿಸಿರಿ.

CI	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	N=20
f	2	5	7	5	1	

ಪರಿಹಾರ:

CI	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ(cf)	
0 ಅಥವಾ 0 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	20 (=N)	(0,20)
5 ಅಥವಾ 5 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	18 (=20-2)	(5,18)
10 ಅಥವಾ 10 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	13 (=18-5)	(10,13)
15 ಅಥವಾ 15 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	6 (=13-7)	(15,6)
20 ಅಥವಾ 20 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	1 (=6-5)	(20,1)

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ "ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್" ರಚಿಸಿರಿ.

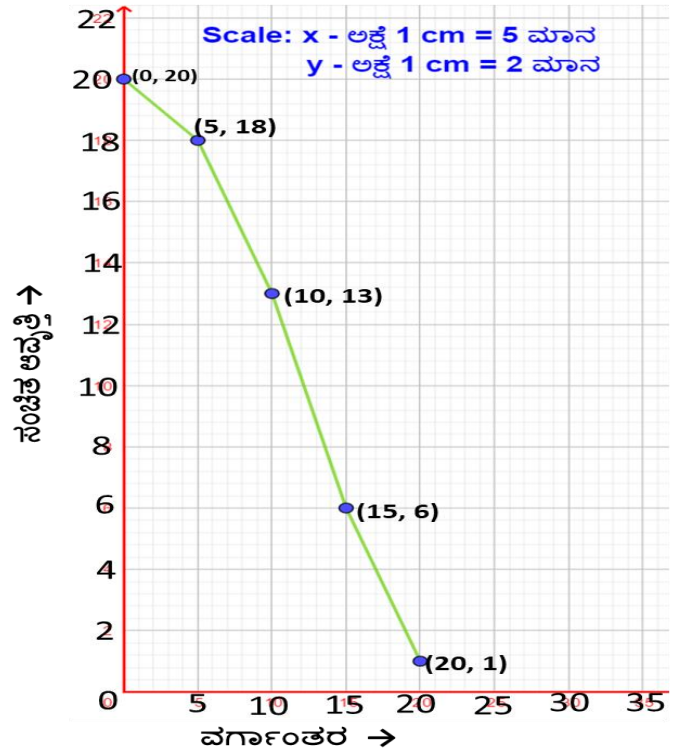
ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3

3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ "ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್" ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3

5) ಒಂದು ಗ್ರಾಮದಲ್ಲಿ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಕ್ಟೇರ್‌ಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಗೋಧಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕವು ನೀಡುತ್ತಿದೆ. ಈ ವಿತರಣೆಯನ್ನು 'ಅಧಿಕ ಇರುವ ವಿಧಾನ' ದ ವಿತರಣೆಯಾಗಿ ಬದಲಾಯಿಸಿ, ಇದರ ಓಜೀವ್ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಜೂನ್- 2019)

ಉತ್ಪಾದನ ಇಳುವರಿ ಕೆ.ಜಿ./ಹೆಕ್ಟೇರ್ ಗಳಲ್ಲಿ	50 - 55	55 - 60	60 - 65	65 - 70	70 - 75	75 - 80
ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	8	12	24	38	16



2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ "ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್" ರಚಿಸಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3

4) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಲಾದ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ "ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ್" ರಚಿಸಿರಿ.

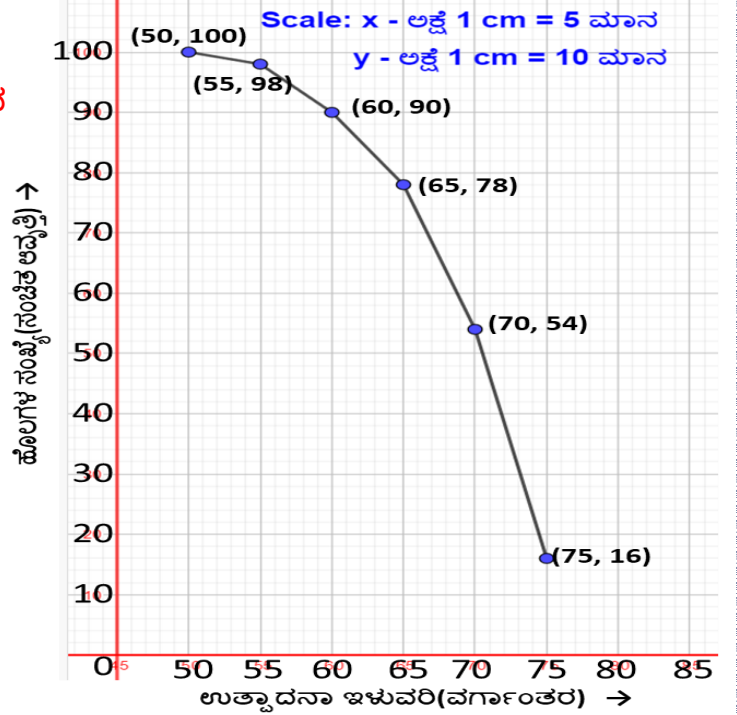
ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7

4 ಓಜೀವ ರಚನೆ 3 ಅಂಕ

ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ(ಕೆಳಮಿತಿ) - ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) ಒಂದು ಗ್ರಾಮದ 100 ಹೊಲಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿ ಹೆಕ್ಟೇರ್ ಗೆ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಗೋಧಿಯ ಇಳುವರಿಯನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ನೀಡಿದೆ. " ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ " ರಚಿಸಿರಿ.

ಉತ್ಪಾದನಾ ಇಳುವರಿ(kg/ha)	ಹೊಲಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ
50 ಅಥವಾ 50 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	100 (50, 100)
55 ಅಥವಾ 55 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	98 (55, 98)
60 ಅಥವಾ 60 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	90 (60, 90)
65 ಅಥವಾ 65 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	78 (65, 78)
70 ಅಥವಾ 70 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	54 (70, 54)
75 ಅಥವಾ 75 ಕ್ಕಿಂತ ಅಧಿಕ	16 (75, 16)



ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ: 1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ ರಚಿಸಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
0 ಅಥವಾ 0 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	25
10 ಅಥವಾ 10 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	23
20 ಅಥವಾ 20 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	19
30 ಅಥವಾ 30 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	8
40 ಅಥವಾ 40 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	3

2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ ರಚಿಸಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	20
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	18
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	10
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	5
100 ಅಥವಾ 100 ಗಿಂತ ಅಧಿಕ	1

3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ ರಚಿಸಿ.

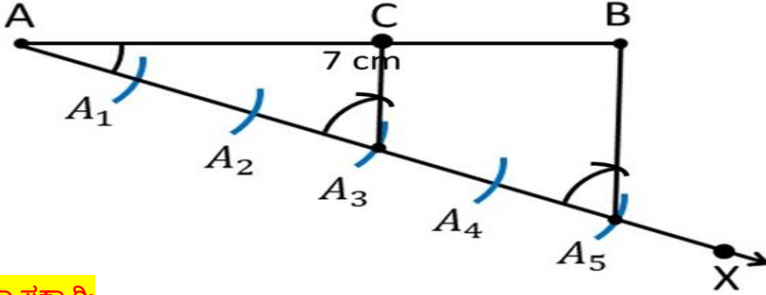
ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
≥ 0	50
≥ 5	47
≥ 15	41
≥ 20	30
≥ 25	16
≥ 30	6

4) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಕೋಷ್ಟಕದಿಂದ ಅಧಿಕ ವಿಧಾನದ ಓಜೀವ ರಚಿಸಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
≥ 5	50
≥ 15	46
≥ 25	39
≥ 35	27
≥ 45	13
≥ 55	5

5	ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ / ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುವ ರಚನೆ	2 ಅಂಕ
5.1	ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರಚನೆ	2 ಅಂಕ

1) 7 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ.



ಹಂತಗಳು:

- 1) ನೀಡಿದ ಅಳತೆಯಷ್ಟು AB ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕು
- 2) ಓರೆರೇಖೆ AX ಎಳೆದು ನೀಡಿದ ಅನುಪಾತದ ಮೊತ್ತದಷ್ಟು ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಬೇಕು
- 3) ಕೊನೆಯ ಸಮಭಾಗದಿಂದ B ಗೆ ಸೇರಿಸಿ \angle ಕೊನೆಯ ಭಾಗ = \angle ಅನುಪಾತದ ಪೂರ್ವ ಪದ ಆಗುವಂತೆ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಯನ್ನು c ಗೆ ಸೇರುವಂತೆ ಎಳೆಯಬೇಕು

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

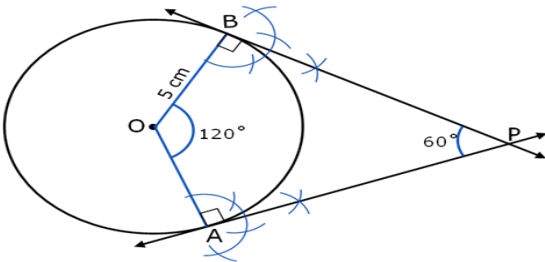
- | |
|---|
| 1) 8.4 cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆದು , ಅದನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ರಚನೆಯಿಂದ 1 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. (ಜು-2022) |
| 2) 10 cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ, ಅದನ್ನು ಜ್ಯಾಮಿತಿಯ ರಚನೆಯಿಂದ 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. (ಎ-2022) |
| 3) 8 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 4 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. |
| 4) 9 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 4 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. |
| 5) 6 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2 : 3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. |
| 6) 7 cm ಉದ್ದದ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3 : 5 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. |

5.2	ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ರಚನೆ	2 ಅಂಕ
-----	--------------------------	-------

Type-1 ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ(ಸ್ವ.ನ.ಕೋ) ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ತ್ರಿ.ನ.ಕೋ = $180^\circ -$ ಸ್ವ.ನ.ಕೋ \rightarrow ತ್ರಿ.ನ.ಕೋ = $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$



ಹಂತಗಳು:

- 1) ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು.
- 2) ನೀಡಿದ ಅಳತೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯದಷ್ಟು ವೃತ್ತ ರಚಿಸಿ.
- 3) ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವೆ ಕೋನ 110° ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
- 4) ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

- 1) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್-2023,2019) (ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್-2020)
- 2) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (ಜೂ-2019)
- 3) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (ಜುಲೈ- 2022, ಎಪ್ರಿಲ್-2020)
- 4) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70° ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
- 5) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80° ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
- 6) 6 cm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 55° ಇರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು:

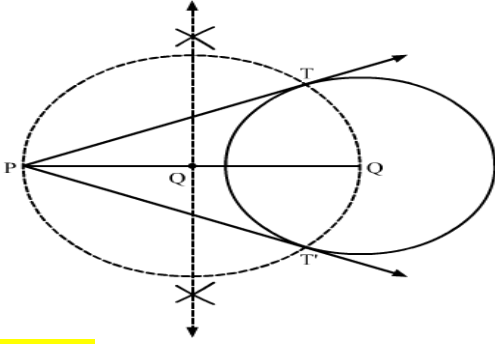
- 7) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80° ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
- 8) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 70° ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
- 9) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60° ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.
- 10) 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 75° ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

Type-2 ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುವುದು.

- 1) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

$d = 8 \text{ cm}, r = 3.5 \text{ cm}$

ಹಂತಗಳು :



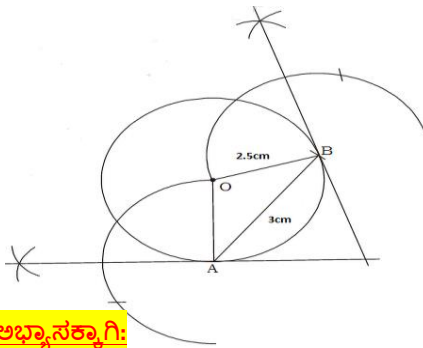
- 1) d ಯ ಅಳತೆಯಷ್ಟು PQ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ
- 2) ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯಂತೆ ವೃತ್ತವನ್ನು Q ಶೃಂಗದಿಂದ ರಚಿಸಿರಿ.
- 3) PQ ನ ಲಂಬಾರ್ಧಕವನ್ನು ಎಳೆದು, ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
- 4) M ಬಿಂದುವಿನಿಂದ P & Q ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವಂತೆ ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- 5) ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಸೇರುವ ಬಿಂದು(T) ಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ, ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು P ಯಿಂದ T ಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

- 1) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. (ಜೂನ್- 2023)
- 2) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 8 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.(ಎಪ್ರಿಲ್- 2022)
- 3) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
- 4) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 9 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
- 5) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಅದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

Type-3 ಜ್ಯಾದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ರಚನೆ:

- 1) 2.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 3 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ಹಂತಗಳು :

- 1)ನೀಡಿದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆಯಷ್ಟು ವೃತ್ತ ರಚಿಸಿರಿ.
- 2) ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದದಂತೆ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
- 3) ಜ್ಯಾದ ಎರಡು ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ O ಗೆ ಸೇರಿಸಿ.
- 4) ಜ್ಯಾದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

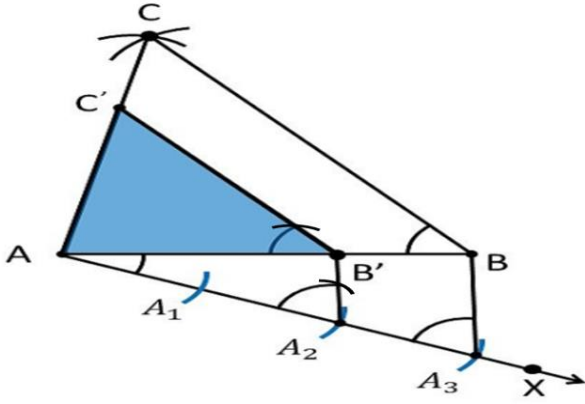
- 1) 4.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 7 cm ಉದ್ದದ PQ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. (ಜೂನ್-2018)
- 2) 3 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 4.5 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
- 3) 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 6 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
- 4) 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ 6 cm ಉದ್ದದ ಜ್ಯಾವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

6 ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ರಚನೆ

4 ಅಂಕ

Case - 1 ಸಮ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) $BC = 4\text{ cm}$, $AB = 6\text{ cm}$, ಮತ್ತು $AC = 4.5\text{ cm}$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.



ಹಂತಗಳು :

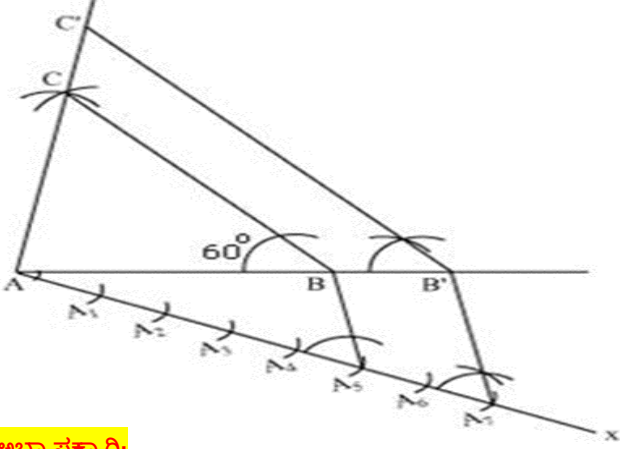
- 1) ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- 2) ಓರೆ ರೇಖೆ AX ಎಳೆದು, ನೀಡಿದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ & ಭೇದಗಳಲ್ಲಿಯ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ
- 3) ಭೇದದ ಭಾಗವನ್ನು B ಗೆ ಸೇರಿಸಿ, \angle ಭೇದ = \angle ಅಂಶ ಆಗುವಂತೆ ಅಂಶದ ಭಾಗದಿಂದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆದು B' ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
- 4) $\angle B = \angle B'$ ಆಗುವಂತೆ B' ನಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆದು C' ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

- 1) 5 cm , 6 cm , ಮತ್ತು 8 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2023), (ಜೂನ್- 2023)
- 2) 4.5 cm , 7 cm , ಮತ್ತು 8 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022)
- 3) 6 cm , 7 cm , ಮತ್ತು 8 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. (ನವೆಂಬರ್- 2022)
- 4) 5 cm , 6 cm , ಮತ್ತು 7 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. (ಜೂನ್- 2019)
- 5) 5 cm , 6 cm , ಮತ್ತು 7 cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. (ಜೂನ್- 2019)
- 6) $BC = 5\text{ cm}$, $AB = 6\text{ cm}$, ಮತ್ತು $AC = 4\text{ cm}$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 7) $BC = 4\text{ cm}$, $AB = 5\text{ cm}$, ಮತ್ತು $\angle B = 60^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 8) $AB = 5\text{ cm}$, $\angle B = 45^\circ$ ಮತ್ತು $\angle C = 50^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 9) ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 4 cm ಮತ್ತು 3 cm (ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ) ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ, ಮೊದಲ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

Case - 2 ವಿಷಮ(ಮಿಶ್ರ) ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಕೊಟ್ಟಾಗ

1) $BC = 4 \text{ cm}$, $AB = 6 \text{ cm}$, ಮತ್ತು $AC = 4.5 \text{ cm}$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

**ಹಂತಗಳು :**

- 1) ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
- 2) ಓರೇಖೆ AX ಎಳೆದು, ನೀಡಿದ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ & ಭೇದಗಳಲ್ಲಿಯ ದೊಡ್ಡ ಸಂಖ್ಯೆಯಷ್ಟು ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡಿ
- 3) ಭೇದದ ಭಾಗವನ್ನು B ಗೆ ಸೇರಿಸಿ, \angle ಭೇದ = \angle ಅಂಶ ಆಗುವಂತೆ ಅಂಶದ ಭಾಗದಿಂದ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆದು B' ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
- 4) $\angle B = \angle B'$ ಆಗುವಂತೆ B' ನಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆ ಎಳೆದು C' ಅನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

- 1) $BC = 6 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$, ಮತ್ತು $AC = 4.5 \text{ cm}$ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{4}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. (ಜೂನ್- 2022)
- 2) $BC = 3 \text{ cm}$, $AB = 6 \text{ cm}$, ಮತ್ತು $AC = 4.5 \text{ cm}$ ಇರುವಂತೆ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{4}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2020)
- 3) 4 cm , 5 cm , ಮತ್ತು 6 cm ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 4) $BC = 3.5 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$, ಮತ್ತು $AC = 4 \text{ cm}$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $1\frac{2}{3}$ ($= \frac{5}{3}$) ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 5) $BC = 4 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$, ಮತ್ತು $\angle B = 60^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 6) $BC = 5 \text{ cm}$, $AB = 6 \text{ cm}$, ಮತ್ತು $\angle B = 65^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{3}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 7) $BC = 4.5 \text{ cm}$, $AB = 5.5 \text{ cm}$, ಮತ್ತು $\angle A = 55^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 8) $AB = 6 \text{ cm}$, $\angle B = 55^\circ$ ಮತ್ತು $\angle C = 65^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
- 9) $AB = 5 \text{ cm}$, $\angle B = 45^\circ$ ಮತ್ತು $\angle C = 50^\circ$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳಿಗೆ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

7

ಸೂತ್ರಗಳು / ಸಾರಾಂಶ

2ಅಂಕ

1) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು

- 1) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$
- 2) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ನೇ ಪದ(ಸಾಮಾನ್ಯ ಪದ)ವು $= a_n = a + (n - 1)d$ ಆಗಿದೆ.
- 3) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $= S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
- 4) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ನೇ ಪದ(ಕೊನೆಯ ಪದ) | ಆಗಿದ್ದರೆ ಆ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ $= S_n = \frac{n}{2}[a + l]$
- 5) ಮೊದಲ n ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

2) ತ್ರಿಭುಜಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

- 6) ಯಾವಾಗಲೂ ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುವ ಆಕೃತಿಗಳು 1) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳು 2) ಚೌಕಗಳು 3) ವೃತ್ತಗಳು
- 7) ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ): “ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ”
- 8) ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಮೇಯ (AAA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ): “ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ) ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ.”
- 9) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ: (ಪ್ರಮೇಯ 2.6): “ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”
- 10) ಪೈಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಪ್ರಮೇಯ 2.8): “ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

3) ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

- 11) x ಮತ್ತು y ಎಂಬ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ (ಆದರ್ಶ ರೂಪ)ವು

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \quad \text{ಮತ್ತು} \quad a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

ಕ್ರ.ಸಂ.	ಅನುಪಾತಗಳ ಹೋಲಿಕೆ	ನಕ್ಷಾ ರೂಪದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆ	ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ ಸ್ಥಿರವೇ / ಅಸ್ಥಿರವೇ?
1	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು	ನಿಖರವಾಗಿ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ (ಅನನ್ಯ)	ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
2	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು	ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳು	ಅವಲಂಬಿತ (ಸ್ಥಿರ) ಜೋಡಿ
3	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ

4) ವೃತ್ತಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

13) ಪ್ರ 4.1: ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಇಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

14) ಪ್ರ 4.2: ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

5) ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

15) ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $A = \pi r^2$ 34) ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ/ ಪರಿಧಿ = $P = 2\pi r$

16) θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

17) θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$

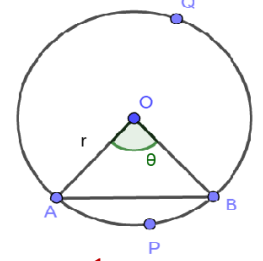
18) APB ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2 - \Delta OAB$ ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

19) ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2} \times \text{ಪಾದ} \times \text{ಎತ್ತರ}$

20) ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = a^2

21) ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $l \times b$

22) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

**6) ರಚನೆಗಳು:**

23) ತ್ರಿಜ್ಯಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ + ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ = 180°

7) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

23) ದೂರದ ಸೂತ್ರ: $P(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $Q(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ = $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

24) $P(x, y)$ ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಮೂಲಬಿಂದು $(0, 0)$ ಯಿಂದ ಇರುವ ದೂರವು = $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$

25) ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ: $A(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ $m_1 : m_2$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ

$$P(x, y) \text{ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು} = \left[\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right]$$

26) ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಸೂತ್ರ: $A(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2, y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದು

$$P \text{ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು} = \left[\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right]$$

27) (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ಮತ್ತು (x_3, y_3) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$$\text{ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

8) ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

28) ಯುಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರದ ಅನುಪ್ರಮೇಯ: $a = bq + r$ ಇಲ್ಲಿ $0 \leq r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ

9) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

29) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $ax + b$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆ = $-\frac{b}{a}$

30) ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $ax^2 + bx + c$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. α ಮತ್ತು β ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ

$$\text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ} = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad \text{ಮತ್ತು} \quad \text{ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ} = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

31) ಭಾಗಾಕಾರದ ಕ್ರಮವಿಧಿ: $p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$ ಇಲ್ಲಿ $q(x) \neq 0$ ಹಾಗೂ $r(x) = 0$ ಅಥವಾ $r(x)$ ದ ಡಿಗ್ರಿ $< g(x)$ ದ ಡಿಗ್ರಿ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

10) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

32) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಆದರ್ಶ ರೂಪ $ax^2 + bx + c = 0$ ಇಲ್ಲಿ $a \neq 0$

33) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಸೂತ್ರ: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ಇಲ್ಲಿ $b^2 - 4ac \geq 0$ ಆಗಿರಬೇಕು.

34) $ax^2 + bx + c = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ

ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ. →

35) $b^2 - 4ac$ ಅನ್ನು ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ

ಶೋಧಕ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ

ಶೋಧಕದ ಬೆಲೆ	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ
$b^2 - 4ac > 0$	ಎರಡು ಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
$b^2 - 4ac = 0$	ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ
$b^2 - 4ac < 0$	ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ

11) ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ:

36) ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳು →

$\sin \theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\cos \theta = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}}$	$\tan \theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$
$\text{cosec } \theta = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$	$\sec \theta = \frac{\text{ವಿಕರ್ಣ}}{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}$	$\cot \theta = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ ಬಾಹು}}{\text{ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು}}$

37) ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗಳು →

38) ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಗಳ ಅನುಪಾತಗಳ ಸಂಬಂಧ

$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$	$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$
---------------------------------------	---------------------------------------

$\sin \theta = \frac{1}{\text{cosec } \theta}$	$\cos \theta = \frac{1}{\sec \theta}$	$\tan \theta = \frac{1}{\cot \theta}$
$\text{cosec } \theta = \frac{1}{\sin \theta}$	$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$	$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$

39) ಕೆಲವು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಕೋನಗಳಿಗೆ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

ತ್ರಿ ಅ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	N.D
$\text{cosec } A$	N.D	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$\sec A$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	N.D
$\cot A$	N.D	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

40) ಪೂರಕ ಕೋನಗಳ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳು

$\sin (90^\circ - A) = \cos A$	$\cos (90^\circ - A) = \sin A$
$\text{cosec } (90^\circ - A) = \sec A$	$\sec (90^\circ - A) = \text{cosec } A$
$\tan (90^\circ - A) = \cot A$	$\cot (90^\circ - A) = \tan A$

41) ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ನಿತ್ಯಸಮೀಕರಣಗಳು

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
$1 + \tan^2 A = \sec^2 A$
$\cot^2 A + 1 = \text{cosec}^2 A$

13) ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

42) ಅವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ = $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

43) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಸರಾಸರಿ i) ನೇರ ವಿಧಾನ = $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

44) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಬಹುಲಕ = $M_o = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] \times h$

45) 3 ಮಧ್ಯಾಂಕ = ಬಹುಲಕ + 2 ಸರಾಸರಿ

46) ವರ್ಗೀಕೃತ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮಧ್ಯಾಂಕ = $M = l + \left[\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right] \times h$

14) ಸಂಭವನೀಯತೆ: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

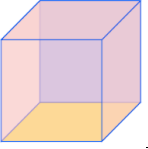
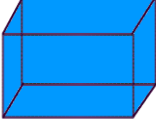
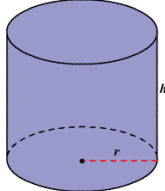
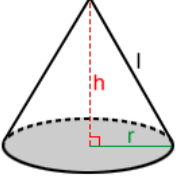
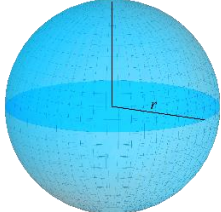
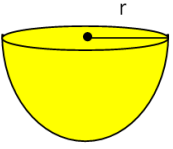
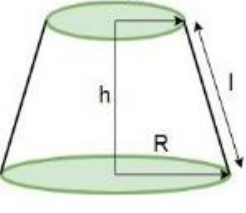
47) ಒಂದು ಘಟನೆ 'E' ಯ ಸೈದ್ಧಾಂತಿಕ(ಶಾಸ್ತ್ರೀಯ) ಸಂಭವನೀಯತೆ = $P(E) = \frac{E \text{ ಗೆ ಅನುಕೂಲಿಸುವ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}{\text{ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಸಾಧ್ಯ ಫಲಿತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}} = \frac{n(E)}{n(S)}$

ಇಲ್ಲಿ ಪ್ರಯೋಗದ ಫಲಿತಗಳ ಸಮಾನ ಸಾಧ್ಯತೆಯದಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸುತ್ತೇವೆ.

48) ಖಚಿತ ಘಟನೆ (ನಿಶ್ಚಿತ ಘಟನೆ) ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು 1 ಆಗಿದೆ. 49) ಅಸಂಭವ ಘಟನೆಯ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು 0 ಆಗಿದೆ.

50) ಯಾವುದೇ ಘಟನೆ 'E' ಗೆ $P(E) + P(\bar{E}) = 1$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ \bar{E} ಅಂದರೆ 'E ಅಲ್ಲದ್ದು' ಎಂಬುದಾಗಿದೆ. E ಮತ್ತು \bar{E} ಗಳನ್ನು ಪೂರಕ ಘಟನೆಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಅರ್ಥಗೋಳ ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ

15) ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಮತ್ತು ಘನಫಲಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

ಘನಾಕೃತಿಗಳು		ಪಾರ್ಶ್ವ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಪೂರ್ಣ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ	ಘನಫಲ
ವಿಧಗಳು	ಆಕೃತಿಗಳು			
ಘನ		$4a^2$	$6a^2$	a^3
ಆಯತಘನ		$2h(l + b)$	$2(lb + bh + lh)$	lbh
ಸಿಲಿಂಡರ್		$2\pi rh$	$2\pi r(r + h)$	$\pi r^2 h$
ಶಂಕು		πrl ಇಲ್ಲಿ $l = \sqrt{h^2 + r^2}$	$\pi r(r + l)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
ಗೋಳ		$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
ಅರ್ಧಗೋಳ		$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$
ಶಂಕುವಿನ ಭಿನ್ನಕ		$\pi l(r_1 + r_2)$ ಇಲ್ಲಿ $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$	$\pi l(r_1 + r_2) + \pi(r_1^2 + r_2^2)$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$

8	ಸರಾಸರಿ/ ಮಧ್ಯಾಂಕ/ ರೂಢಿಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವುದು	3 ಅಂಕ
8.1	ಸರಾಸರಿ	3 ಅಂಕ

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55
ಆವೃತ್ತಿ	4	3	6	5	2

$$\text{ಸರಾಸರಿ, } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{580}{20}$$

$$\bar{x} = 29$$

ಪರಿಹಾರ:

C.I.	f_i	ಮಧ್ಯಬಿಂದು x_i	$f_i x_i$
5-15	4	10	40
15-25	3	20	60
25-35	6	30	180
35-45	5	40	200
45-55	2	50	100
$N = \sum f_i = 20$		$\sum f_i x_i = 580$	

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	Ans : $\bar{x} = 26.5$
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3	

2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	Ans : $\bar{x} = 27.6$
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3	

3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10-20	20-30	30-40	40-50	Ans : $\bar{x} = 31.6$
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3	

4) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	Ans : $\bar{x} = 26$
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7	

5) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಜೂನ್- 2023)

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	Ans : $\bar{x} = 30$
ಆವೃತ್ತಿ	4	6	5	6	4	

6) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2023)

ವರ್ಗಾಂತರ	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	Ans : $\bar{x} = 13$
ಆವೃತ್ತಿ	4	3	2	1	5	

7) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಜುಲೈ- 2022)

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	Ans : $= 32$
ಆವೃತ್ತಿ	1	3	5	4	2	

8) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಸರಾಸರಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022)

ವರ್ಗಾಂತರ	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	Ans : $\bar{x} = 38$
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	5	7	3	

8.2

ಮಧ್ಯಾಂಕ

3 ಅಂಕ

1) ಒಂದು ತರಗತಿಯ 30 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಿನ ವಿತರಣೆಯು ನೀಡುತ್ತಿದೆ. ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ತೂಕ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ತೂಕ (kg ಗಳಲ್ಲಿ)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75
ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ	2	3	8	6	6	3	2

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ	ಸಂಚಿತ ಆವೃತ್ತಿ
CI	f	cf
40 - 45	2	2
45 - 50	3	5
50 - 55	8	13
55 - 60	6	19
60 - 65	6	25
65 - 70	3	28
70 - 75	2	30
	N = 30	

$$\frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$L = 55$$

$$cf = 13$$

$$f = 6$$

$$h = 5$$

$$M = L + \left[\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right] \times h$$

$$M = 55 + \left[\frac{15 - 13}{6} \right] \times 5$$

$$M = 55 + \left[\frac{2 \times 5}{6} \right]$$

$$M = 55 + \frac{5}{3}$$

$$M = 55 + 1.6$$

$$M = 56.6$$

$$\begin{array}{r} 3) 5 (1.6 \\ \underline{3} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \end{array}$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3	M = 26.25

3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10-20	20-30	30-40	40-50	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3	M = 32.5

5) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಜುಲೈ-2022)

ವರ್ಗಾಂತರ	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	6	9	10	8	7	M = 50

7) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಜೂನ್-2019)

ವರ್ಗಾಂತರ	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	6	4	5	M = 29.16

2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3	M = 26.8

4) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7	M = 25.8

6) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್-2020)

ವರ್ಗಾಂತರ	20-40	40-60	60-80	80-100	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	7	15	20	8	M = 63

8) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಮಧ್ಯಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್-2019)

ವರ್ಗಾಂತರ	1-4	4-7	7-10	10-13	13-16	16-19	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	6	30	40	16	4	4	M = 8.05

8.3

ಬಹುಲಕ/ರೂಢಿಬೆಲೆ

3 ಅಂಕ

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಿಂದ ರೂಢಿಬೆಲೆ(ಬಹುಲಕ)ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	ಆವೃತ್ತಿ
0 - 10	7
10 - 20	9
20 - 30	15
30 - 40	11
40 - 50	8

f_0
 f_1
 f_2

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

1) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	8	4	3	$M = 25.5$

2) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	Ans:
ಆವೃತ್ತಿ	5	7	11	4	3	$M = 28.6$

4) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	5	10	17	11	7	$M = 25.3$

6) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2023,2020)

ವರ್ಗಾಂತರ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	6	9	15	9	1	$M = 6$

8) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ನವೆಂಬರ್- 2022)

ವರ್ಗಾಂತರ	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	8	9	5	3	1	$M = 6$

10) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್-2019)

ವರ್ಗಾಂತರ	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	2	3	7	6	6	6	$M = 52$

ಪರಿಹಾರ : $L=20$, $h=30-20=10$, $f_0=9$, $f_1=15$, $f_2=11$

$$M_o = L + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right] h$$

$$M_o = 20 + \left[\frac{15 - 9}{2(15) - 9 - 11} \right] \times 10$$

$$M_o = 20 + \left[\frac{6}{30 - 20} \right] \times 10$$

$$M_o = 20 + \left[\frac{6 \times 10}{10} \right]$$

$$M_o = 20 + 6$$

$$M_o = 26$$

3) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವರ್ಗಾಂತರ	10-20	20-30	30-40	40-50	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	2	4	6	3	$M = 34$

5) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಜೂನ್- 2023)

ವರ್ಗಾಂತರ	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	3	3	7	6	6	$M = 24$

7) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022)

ವರ್ಗಾಂತರ	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	3	4	8	7	3	$M = 33$

9) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆವೃತ್ತಿ ವಿತರಣಾ ಪಟ್ಟಿಯಲ್ಲಿರುವ ದತ್ತಾಂಶಗಳಿಗೆ ಬಹುಲಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಜೂನ್-2019)

ವರ್ಗಾಂತರ	1-3	3-5	5-7	7-9	9-11	Ans :
ಆವೃತ್ತಿ	7	8	2	2	1	$M = 5.8$

9

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ n ನೇ ಪದ/ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ

2 ಅಂಕ

Type-1

1) 2, 6, 10, 14,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 25 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: $a = 2, d = 6 - 2 = 4, n = 25, a_n = a_{25} = ?$

$$a_n = a + (n - 1) d$$

$$a_{25} = 2 + (25 - 1) 4$$

$$= 2 + (24) 4$$

$$= 2 + 96$$

$$a_{25} = 98$$

∴ 25 ನೇ ಪದವು 98 ಆಗಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

- 1) 5, 9, 13,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 21 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಜೂನ್- 2023) (Ans : $a_{21} = 85$)
- 2) 4, 7, 10,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 20 ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂ.ಹಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2023) (Ans : $a_{20} = 61$)
- 3) 2, 5, 8,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 12 ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂ.ಹಿ. (ಜುಲೈ- 2022) (Ans : $a_{12} = 35$)
- 4) 5, 8, 11,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 30 ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂ.ಹಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022) (Ans : $a_{30} = 92$)
- 5) 10, 15, 20,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 20ನೇ ಪದವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂ.ಹಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022) (Ans: $a_{20} = 105$)
- 6) 2, 7, 12,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 10ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans: $a_{10} = 47$)
- 7) 1, 4, 7, 10,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 15 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $a_{15} = 43$)
- 8) 2, 5, 8, 11,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 13 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $a_{13} = 38$)
- 9) 10, 7, 4,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 30 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $a_{30} = -77$)
- 10) 3, -1, -5, -9,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ 9 ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $a_9 = -29$)

Type-2

1) 2, 5, 8, 11, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: $a = 2, d = 5 - 2 = 3, n = 10, S_n = S_{10} = ?$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2(2) + (10-1)3)$$

$$= 5 (4 + (9)3)$$

$$= 5 (4 + 27)$$

$$= 5 (31)$$

$$S_{10} = 155$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

- 1) 2, 5, 8,, ಈ ಸ ಶ್ರೇ ಯ ಮೊದಲ 12 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಜು- 2022) (Ans: $S_n = 222$)
- 2) ಮೊದಲ 20 ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022) (Ans: $S_n = 210$)
- 3) $5 + 10 + 15 + \dots$ ಈ ಸ ಶ್ರೇ ಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂ.ಹಿ. (ಸೆ- 2020) (Ans: $S_n = 275$)
- 4) $5 + 8 + 11 + \dots$ ಈ ಸ ಶ್ರೇ ಯ 10 ಪದಗಳ ವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂ.ಹಿ. (ಎ- 2020) (Ans: $S_n = 185$)
- 5) $2 + 7 + 12 + \dots$ ಈ ಸ ಶ್ರೇ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂ.ಹಿ. (ಎ- 2019) (Ans: $S_n = 990$)
- 6) ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ: $3 + 7 + 11 + \dots + 10$ ಪದಗಳ ವರೆಗಿನ. (ಮಾರ್ಚ್- 2018) (Ans: $S_n = 210$)
- 7) $4 + 7 + 10 + \dots$ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್-2016) (Ans: $S_n = 650$)
- 8) 3, 7, 11,, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 14 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $S_n = 406$)
- 9) 3, 8, 13,, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $S_n = 1010$)
- 10) 2, 7, 12,, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 10 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $S_n = 245$)
- 11) 8, 3, -2,, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 22 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $S_n = -979$)
- 12) 2, 5, 8,, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊದಲ 20 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (Ans : $S_n = 610$)

Type-3 1) 1, 4, 7, 10,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 61 ಆಗಿರುತ್ತದೆ?ಪ: $a=1, d=3, a_n = 61, n=?$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$61 = 1 + (n - 1)3$$

$$61 = 1 + 3n - 3$$

$$61 = 3n - 2$$

$$61 + 2 = 3n$$

$$63 = 3n$$

$$\rightarrow 3n = 63$$

$$n = \frac{63}{3}$$

$$n = 21$$

 \therefore 21 ನೇ ಪದವು 61 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.**ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:**

- 1) 24°C ತಾಪದಲ್ಲಿರುವ ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪ್ರಮಾಣದ ನೀರನ್ನು ಸ್ಥಿರ ಒತ್ತಡದಲ್ಲಿ ಕಾಯಿಸಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ಒಂದು ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ ತಾಪದಲ್ಲಿ 4°C ಏರಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಗಮನಿಸಲಾಗಿದೆ. ನೀರನ್ನು 100°C ತಾಪಕ್ಕೆ ಸಮುದ್ರ ಮಟ್ಟದಲ್ಲಿ ಏರಿಸ ಬೇಕಾಗಿರುವ ಸಮಯವನ್ನು ಬಳಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [ಅಥವಾ $24^\circ \text{C}, 28^\circ \text{C}, 32^\circ \text{C}, \dots$, ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 100°C ಆಗಿರುತ್ತದೆ?] (ಮಾ- 2018) (Ans: $n=20$ ನಿ)
- 2) 100, 96, 92,.....,12 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿನ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಎಪ್ರಿಲ್- 2015) (Ans : $n = 23$)
- 3) 2, 4, 6, 8,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 62 ಆಗಿರುತ್ತದೆ? (Ans : $n = 31$)
- 4) 3, 8, 13, 18,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 53 ಆಗಿರುತ್ತದೆ? (Ans : $n = 11$)
- 5) 21, 18, 15,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು -81 ಆಗಿರುತ್ತದೆ? (Ans : $n = 35$)
- 6) 5, 11, 17, 23,..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು 71 ಆಗಿರುತ್ತದೆ? (Ans : $n = 12$)

Type-41) $2 + 5 + 8 + \dots + 59$ ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.ಪ: $a = 2, d = 5 - 2 = 3, a_n = 59, n = ?$

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$59 = 2 + (n - 1)3$$

$$59 = 2 + 3n - 3$$

$$59 = 3n - 1$$

$$59 + 1 = 3n$$

$$60 = 3n$$

$$\Rightarrow 3n = 60$$

$$n = \frac{60}{3}$$

$$\therefore n = 20$$

$$a = 2, a_n = l = 59, n = 20, S_n = ?$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + l)$$

$$S_n = \frac{20}{2} (2 + 59)$$

$$S_n = 10 (61)$$

$$\therefore S_n = 610$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) $1 + 4 + 7 + \dots + 28$ (Ans : $n = 10, S_n = 145$)

2) $3 + 6 + 9 + \dots + 42$ (Ans : $n = 14, S_n = 315$)

3) $2 + 6 + 10 + \dots + 30$ (Ans : $n = 8, S_n = 128$)

4) $34 + 32 + 30 + \dots + 10$ (Ans : $n = 13, S_n = 286$)

5) 3, 6, 9, ... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಮೊತ್ತ 165 ಆಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂ.ಹಿ.

(ಜುಲೈ- 2022)

(Ans: $n = 55, S_n = 4620$)

10	ಜೋಡಿ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು	2 ಅಂಕ
-----------	-------------------------------------	--------------

1) $x + y = 14$ ಮತ್ತು $x - y = 4$ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. (ಜೂನ್- 2019)

ಪ: $x + y = 14 \rightarrow \textcircled{1}$

$x - y = 4 \rightarrow \textcircled{2}$ ಕೂಡಿಸಲಾಗಿ

$$2x = 18$$

$$x = \frac{18}{2}$$

$$x = 9$$

$$\therefore x = 9 \text{ ಮತ್ತು } y = 5$$

$x = 9$ ಅನ್ನು ಸ. $\textcircled{1}$ ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$x + y = 14$$

$$9 + y = 14$$

$$y = 14 - 9$$

$$y = 5$$

1) $3x + 4y = 10$ ಮತ್ತು $2x - 2y = 2$ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

ಪ: $3x + 4y = 10 \rightarrow \textcircled{1} \times 2$

$2x - 2y = 2 \rightarrow \textcircled{2} \times 3$

$$6x + 8y = 20$$

$$6x - 6y = 6 \text{ ಕಳೆಯಲಾಗಿ}$$

$$14y = 14$$

$$y = \frac{14}{14}$$

$$y = 1$$

$$\therefore x = 2 \text{ ಮತ್ತು } y = 1$$

$y = 1$ ಅನ್ನು ಸ. $\textcircled{1}$ ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$$3x + 4y = 10$$

$$3x + 4(1) = 10$$

$$3x + 4 = 10$$

$$3x = 10 - 4$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. (ಹಿಂದಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಪತ್ರಿಕೆಗಳಲ್ಲಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು)

1) $2x - y = 2$ ಮತ್ತು $4x - y = 4$ (ಜೂನ್- 2023) ($x=2$ & $y=0$)	2) $3x + y = 12$ ಮತ್ತು $x + y = 6$ (ಎಪ್ರಿಲ್- 2023) ($x=3$ & $y=3$)
3) $2x + 3y = 7$ ಮತ್ತು $2x + y = 5$ (ಜುಲೈ- 2022) ($x=2$ & $y=1$)	4) $2x + y = 8$ ಮತ್ತು $x - y = 1$ (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022) ($x=3$ & $y=2$)
5) $2x + 3y = 11$ ಮತ್ತು $2x - 4y = -24$ (ನೇ- 2020) ($x=-2$ & $y=5$)	6) $2x + y = 11$ ಮತ್ತು $x + y = 8$ (ಎಪ್ರಿಲ್- 2020) ($x=3$ & $y=5$)
7) $x + y = 14$ ಮತ್ತು $x - y = 4$ (ಜೂನ್- 2019) ($x=9$ & $y=5$)	8) $x + y = 5$ ಮತ್ತು $2x - 3y = 5$ (ಎಪ್ರಿಲ್- 2021) ($x=1$ & $y=5$)

ಹೆಚ್ಚಿನ ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

1) $x+y=7$ & $x-y=1$ ಉ: $x=4$ & $y=3$	2) $x+y=9$ & $x-y=3$ ಉ: $x=6$ & $y=3$	3) $x+y=5$ & $x-y=1$ ಉ: $x=3$ & $y=2$
4) $x+y=5$ & $x-y=3$ ಉ: $x=4$ & $y=1$	5) $x+y=8$ & $x-y=2$ ಉ: $x=5$ & $y=3$	6) $x+y=6$ & $x-y=4$ ಉ: $x=5$ & $y=1$
7) $2x+3y=14$ & $2x-3y=2$ ಉ: $x=4$ & $y=2$	8) $3x+2y=8$ & $3x-2y=4$ ಉ: $x=2$ & $y=1$	9) $x+2y=10$ & $x-2y=-2$ ಉ: $x=4$ & $y=3$
10) $2x+3y=7$ & $3x-4y=2$ ಉ: $x=2$ & $y=1$	11) $2x+y=5$ & $3x+2y=8$ ಉ: $x=2$ & $y=1$	12) $2x+4y=14$ & $3x-3y=3$ ಉ: $x=3$ & $y=2$
13) $3x+2y=16$ & $2x-3y=2$ ಉ: $x=4$ & $y=2$	14) $3x-5y=4$ & $3x-2y=7$ ಉ: $x=3$ & $y=1$	15) $x+2y=8$ & $3x-y=3$ ಉ: $x=2$ & $y=3$
16) $2x+3y=9$ & $3x-4y=5$ ಉ: $x=3$ & $y=1$	17) $x+y=9$ & $3x-2y=2$ ಉ: $x=4$ & $y=5$	18) $2x+4y=18$ & $x-y=3$ ಉ: $x=5$ & $y=2$

*****END Of T-28*****

TARGET - 40

11. ಸೂತ್ರಗಳು / ಸಾರಾಂಶ (T-28 ನಲ್ಲಿ ಕಲಿಯದೆ ಉಳಿದ ಅಂಶಗಳು)

1) ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಗಳು

$$1) \text{ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ } = d = a_n - a_{n-1} = a_2 - a_1 = \frac{a_p - a_q}{p - q} = \frac{a_n - a}{n - 1}$$

$$2) \text{ ಮೊದಲ } n \text{ ರ ಅಪವರ್ತಗಳ ಮೊತ್ತ } = S_n = 3 \times \frac{n(n+1)}{2}$$

$$5) \text{ ಮೊದಲ } n \text{ ಸರಿಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ } = S_n = n(n+1)$$

$$3) \text{ ಮೊದಲ } n \text{ ರ ಅಪವರ್ತಗಳ ಮೊತ್ತ } = S_n = 8 \times \frac{n(n+1)}{2}$$

$$6) S_n - S_{n-1} = a_n$$

$$4) \text{ ಮೊದಲ } n \text{ ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ } = S_n = n^2$$

$$7) S_n = n \times \text{ಮಧ್ಯಪದ}$$

2) ತ್ರಿಭುಜಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

8) ಒಂದೇ ಆಕಾರವಿರುವ ಆದರೆ ಅವಶ್ಯಕವಾಗಿ ಒಂದೇ ಗಾತ್ರ ಇರಬೇಕಾಗಿರದ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನು ಸಮರೂಪ ಆಕೃತಿಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

9) ಎಲ್ಲಾ ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪ ಆದರೆ ಇದರ ವಿಲೋಮ ನಿಜವಲ್ಲ.

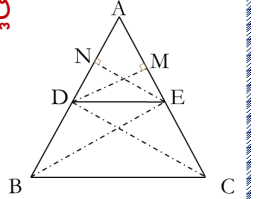
10) ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪ ಆಗಿರಬೇಕಾದರೆ

1) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ & 2) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮ (ಅಂದರೆ ಸಮಾನುಪಾತ)

11) ಥೇಲ್ಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ): “ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಭೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ”

$\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $BC \parallel DE$ ಆದರೆ

$$\text{ಆಗ } \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{ ಆಗಿರುತ್ತದೆ}$$

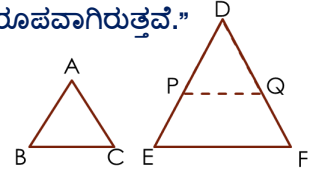


13) ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಮೇಯ (AAA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ): “ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ) ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ.”

$\triangle ABC$ ಮತ್ತು $\triangle DEF$ ಗಳಲ್ಲಿ

$$\angle A = \angle D, \angle B = \angle E \text{ ಮತ್ತು } \angle C = \angle F \text{ ಆದರೆ}$$

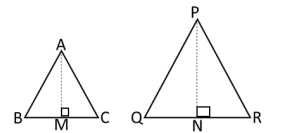
$$\text{ಆಗ } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} \text{ ಆಗಿರುತ್ತದೆ}$$



14) ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯ: (ಪ್ರಮೇಯ 2.6): “ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

$$\triangle ABC \sim \triangle PQR \text{ ಆದರೆ}$$

$$\text{ಆಗ } \frac{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\triangle ABC)}{\text{ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}(\triangle PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{PR}\right)^2 \text{ ಆಗುತ್ತದೆ}$$



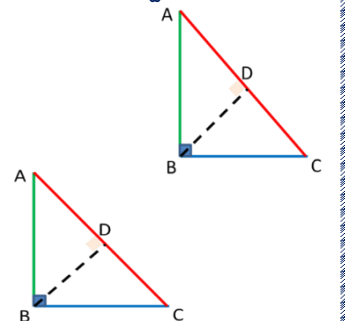
15) “ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಶೃಂಗದಿಂದ ವಿಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮರೂಪ ಅಲ್ಲದೆ ಅವುಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ” $\triangle ABC \sim \triangle ADB \sim \triangle BDC$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ

$$\text{ಹಾಗೂ } AB^2 = AD \times AC \\ BC^2 = BD \times AC \text{ ಮತ್ತು } BD^2 = AD \times DC$$

17) ಪೈಥಾಗೋರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ (ಪ್ರಮೇಯ 2.8): “ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.”

$\triangle ABC$ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ. ಇಲ್ಲಿ $\angle B = 90^\circ$ ಆಗಿದೆ.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$



4) ವೃತ್ತಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

- 18) ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕವೊಂದು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. **19) ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯೇ ಛೇದಕ ಆಗಿದೆ.**
- 20) ಒಂದು ವೃತ್ತವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ ಅಪರಿಮಿತ ಆಗಿದೆ.
- 21) ಒಂದು ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ವೃತ್ತ ಹೊಂದಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವೇ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು.
- 22) ವೃತ್ತದ ಒಳಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.
- 23) ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮಾತ್ರ ಎಳೆಯಬಹುದು.
- 24) ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

8) ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

- 25) ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ: "ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು (ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು) ಮತ್ತು ಈ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಅನನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ".
- 26) ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ p ಯು a^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಆಗ p ಯು a ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ a ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದೆ.
- 27) x ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ x ನ್ನು $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು. ಹಾಗೂ q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2^n 3^n$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.
- 28) $x = \frac{p}{q}$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. ಇಲ್ಲಿ q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2^n 3^n$ ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದು. ಆಗ x ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
- 29) $x = \frac{p}{q}$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. ಇಲ್ಲಿ q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2^n 3^n$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರದಿದ್ದರೆ. ಆಗ x ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

9) ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

- 30) ಡಿಗ್ರಿ 1, 2 ಮತ್ತು 3 ಆಗಿರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ರೇಖಾತ್ಮಕ, ವರ್ಗ ಮತ್ತು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳು ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.
- 31) ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ 2 ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಒಂದು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು ಗರಿಷ್ಠ 3 ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರಬಹುದು.
- 32) ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. α, β ಮತ್ತು γ ಗಳು ಘನ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳಾದರೆ, ಆಗ $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$, $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$ ಮತ್ತು $\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$.

11) ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಪ್ರಸ್ತಾವನೆ: 34) $\sin \theta$ ಅಥವಾ $\cos \theta$ ಬೆಲೆಯು 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗುವುದಿಲ್ಲ ಆದರೆ $\sec \theta$ ಅಥವಾ $\operatorname{cosec} \theta$

ಬೆಲೆಯು ಯಾವಾಗಲೂ 1 ಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅಥವಾ 1 ಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

12) ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಕೆಲವು ಅನ್ವಯಗಳು:

- 35) ದೃಷ್ಟಿ ರೇಖೆ, ಉನ್ನತ ಕೋನ ಮತ್ತು ಅವನತ ಕೋನಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವುದು ಹಾಗೂ ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಒಂದು ವಸ್ತುವಿನ ಎತ್ತರ ಮತ್ತು ಉದ್ದ ಅಥವಾ ವಸ್ತುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು.

14) ಸಂಭವನೀಯತೆ: (ಸೂತ್ರಗಳು/ಸಾರಾಂಶ)

- 36) ಒಂದು ಘಟನೆ 'E' ಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ $P(E)$ ಯು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು $0 \leq P(E) \leq 1$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
- 37) ಒಂದು ಘಟನೆಗೆ ಕೇವಲ ಒಂದು ಫಲಿತವಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಒಂದು ಪ್ರಯೋಗದ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಾಥಮಿಕ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು 1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

12	ದೂರದ ಸೂತ್ರ / ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ / ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2 / 3 ಅಂಕ
12.1	ದೂರದ ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	ಅಂಕ 2

1) A(2, 3) ಮತ್ತು B(10, -3) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: $A(2, 3) = (x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $B(10, -3) = (x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(10 - 2)^2 + (-3 - 3)^2}$$

$$d = \sqrt{(8)^2 + (-6)^2}$$

$$d = \sqrt{64 + 36}$$

$$d = \sqrt{100}$$

$$d = 10 \text{ ಮಾನಗಳು}$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ : ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂ.ಹಿ.

1) P (2 , 3) ಮತ್ತು Q (4 , 1)	Ans : $d = \sqrt{8}$	(2M ನೆ-2022) (2M ಜೂ-2019)
2) A (2 , 6) ಮತ್ತು B (5 , 10)	Ans : $d = 5$	(2M ಎ-2022)
3) (-5, 7) ಮತ್ತು (-1, 3)	Ans : $d = 4\sqrt{2}$	(2M ಎ-2020)
4) (2 , 4) ಮತ್ತು (8 , 12)	Ans : $d = 10$	(2M ಜೂ-2018)
5) (2 , 3) ಮತ್ತು (6 , 6)	Ans : $d = 5$	(2M ಜೂ-2016)
6) (3 , -2) ಮತ್ತು (4 , 5)	Ans : $d = 5\sqrt{2}$	(2M ಎ-2015)
7) (2 , 3), (4 , 1)	Ans : $d = \sqrt{8}$	
8) (5 , 0), (2 , 4)	Ans : $d = 5$	

2) P(3, -4) ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮೂಲಬಿಂದುವಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: P(3, -4) = (x, y)

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$d = \sqrt{3^2 + (-4)^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 16}$$

$$d = \sqrt{25}$$

$$d = 5 \text{ ಮಾನಗಳು}$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ : ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದುಗಳು ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಇರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂ.ಹಿ.

1) (-12, 5)	Ans : $d = 13$	(1M ಜು-2017)	2) (1 , 0)	Ans : $d = 1$
3) (4 , 3)	Ans : $d = 5$	(1M ಎ-2016)	4) (3 , 4)	Ans : $d = 5$
5) (-3, 4)	Ans : $d = 5$		6) (4 , 0)	Ans : $d = 4$
7) (4 , -3)	Ans : $d = 5$		8) (-6, 0)	Ans : $d = -6$
9) (-2, 3)	Ans : $d = \sqrt{13}$		10) (-3, -4)	Ans : $d = 5$

12.2

ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ಅಂಕ 2

1) (4, -3) ಮತ್ತು (8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: (4, -3) = (x₁, y₁) ಮತ್ತು (8, 5) = (x₂, y₂) ಹಾಗೂ 3 : 1 = m₁ : m₂

$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

$$x = \frac{3(8) + 1(4)}{3 + 1}$$

$$x = \frac{24 + 4}{4}$$

$$x = \frac{28}{4}$$

$$x = 7$$

$$y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{3(5) + 1(-3)}{3 + 1}$$

$$y = \frac{15 - 3}{4}$$

$$y = \frac{12}{4}$$

$$y = 3$$

∴ ಆ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದು (7, 3)

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ :

1) A (-1, 7) ಮತ್ತು B (4, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು AB ಬಿಂದುವು 2:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (1, 3) (3M ಎ-2022)

2) (1, 6) ಮತ್ತು (4, 3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 1:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (2, 5) (2M ಎ-2020)

3) A (4, -3) ಮತ್ತು B (8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ಆಂತರಿಕವಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (7, 3) (2M ಮಾ-2019)

4) (2, 3) ಮತ್ತು (-4, 6) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2:1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (-2, 5)

5) (7, 0) ಮತ್ತು (2, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (4, 3)

6) (1, -1) ಮತ್ತು (6, 4) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (3, 1)

7) (-2, -3) ಮತ್ತು (5, 4) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 4:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (2, 1)

8) (4, 3) ಮತ್ತು (8, 3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 1:3 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans : (5, 3)

1) (2 , 3) ಮತ್ತು (4 , 7) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಉ: (2 , 3) ಮತ್ತು (4 , 7)
(x_1, y_1) & (x_2, y_2)

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$x = \frac{2 + 4}{2}$$

$$x = \frac{6}{2}$$

$$x = 3$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$y = \frac{3 + 7}{2}$$

$$y = \frac{10}{2}$$

$$y = 5$$

∴ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (3, 5)

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಬಿಂದುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) (3 , 4) ಮತ್ತು (5 , 6)

Ans : (4 , 5)

(1M ಜೂನ್-2023)

2) (6 , 3) ಮತ್ತು (4 , 7)

Ans : (5 , 5)

(1M ಎಪ್ರಿಲ್-2023)

3) P (3 , 4) ಮತ್ತು Q (5 , 6)

Ans : (4 , 5)

(2M ಎಪ್ರಿಲ್-2022)

4) (2 , 3) ಮತ್ತು (4 , 7)

Ans : (3 , 5)

(2M ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್-2020)

5) (2 , 3) ಮತ್ತು (4 , 7)

Ans : (3 , 5)

(1M ಜೂನ್-2018)(2M ಎಪ್ರಿಲ್-2017, 2016)

5) (-3 , 4) ಮತ್ತು (-1 , 2)

Ans : (-2 , 3)

6) (0 , 3) ಮತ್ತು (2 , 1)

Ans : (1 , 2)

7) (5 , -1) ಮತ್ತು (-1 , 7)

Ans : (2 , 3)

8) (-2 , 5) ಮತ್ತು (-4 , 7)

Ans : (-3 , 6)

12.3

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

ಅಂಕ 3

1) A(5, 2), B(4, 7) ಮತ್ತು C(7, -4) ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪ: A(5, 2) = (x₁, y₁), B(4, 7) = (x₂, y₂) ಮತ್ತು C(7, -4) = (x₃, y₃)

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}[5(7 - (-4)) + 4((-4) - 2) + 7(2 - 7)]$$

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}[5(7 + 4) + 4(-4 - 2) + 7(2 - 7)]$$

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}[5(11) + 4(-6) + 7(-5)]$$

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}[55 - 24 - 35]$$

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}[55 - 59]$$

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = \frac{1}{2}[-4]$$

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = -\frac{4}{2}$$

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = -2$$

$$\Delta \text{ದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ} = 2 \text{ ಚದರ ಮಾನಗಳು}$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ :

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

1) (2, 3), (-1, 0), (2, -4) Ans : $\Delta = \frac{21}{2}$	2) (-5, -1), (3, -5), (5, 2) Ans : $\Delta = 32$
3) (1, 2), (3, -1), (0, 3) Ans : $\Delta = -\frac{1}{2}$	4) (-1, 4), (2, 3), (1, 0) Ans : $\Delta = -5$
5) (1, 0), (2, 4), (3, 1) Ans : $\Delta = -\frac{7}{2}$	6) (-3, 1), (0, 2), (1, -2) Ans : $\Delta = -\frac{13}{2}$
7) (2, 0), (1, 2), (-2, 1) Ans : $\Delta = \frac{7}{2}$	8) (-2, 1), (3, 2), (0, -1) Ans : $\Delta = -6$
9) (0, 2), (-1, 1), (3, -2) Ans : $\Delta = \frac{7}{2}$	10) (-2, -1), (1, 0), (3, 1) Ans : $\Delta = \frac{1}{2}$
11) P(0, 4), Q(3, 0) ಮತ್ತು R(3, 5) Ans : $\Delta = \frac{15}{2}$ (3M ಎ-2022)	

13

ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು

2 / 3 ಅಂಕ

1) $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್-2023)

ಪ: $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ

$$\sqrt{3} = \frac{p}{q} \text{ ಇಲ್ಲಿ } p \text{ ಮತ್ತು } q \text{ ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು}$$

$$3 = \frac{p^2}{q^2}$$

$$\Rightarrow q^2 \text{ ಇದು } p^2 \text{ ಅನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.}$$

$$q \text{ ಇದು } p \text{ ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.}$$

ಇದು ವೈರುಧ್ಯತೆಗೆ ಎಡೆ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.**ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ :**2) $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(ಎಪ್ರಿಲ್-2023)

3) $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.4) $2 + \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(ಜೂನ್-2023, 2018)

ಪ: $2 + \sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ

$$2 + \sqrt{3} = \frac{p}{q}, \text{ ಇಲ್ಲಿ } p \text{ ಮತ್ತು } q \text{ ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು}$$

$$\sqrt{3} = \frac{p}{q} - 2$$

$$\sqrt{3} = \frac{p-2q}{q}$$

ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ = ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಇದು ವೈರುಧ್ಯತೆಗೆ ಎಡೆ ಮಾಡಿಕೊಡುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

 $\therefore 2 + \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.**ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ :**5) $5 + \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(ಎಪ್ರಿಲ್-2023)(ಜೂನ್- 2019)

6) $3 + \sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(ಎಪ್ರಿಲ್-2019, 2015)(ಜೂನ್- 2017, 2015)

7) $2 + \sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(ಎಪ್ರಿಲ್-2018, 2016)

8) $5 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(ಎಪ್ರಿಲ್-2017)

14	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆ / ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನದ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	2 / 3 ಅಂಕ
14.1	ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು	2 / 3 ಅಂಕ

1) $P(x) = x^2 + 7x + 10$ ಈ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ. (3M ಎಪ್ರಿಲ್- 2023)

ಪ: $P(x) = x^2 + 7x + 10$

$$P(x) = x^2 + 2x + 5x + 10$$

$$P(x) = x(x + 2) + 5(x + 2)$$

$$P(x) = (x + 2)(x + 5)$$

$$P(x) = (x - \alpha)(x - \beta)$$

$$\Rightarrow \alpha = -2 \text{ ಮತ್ತು } \beta = -5$$

$$P(x) = x^2 + 7x + 10$$

$$ax^2 + bx + c \text{ ಇಲ್ಲಿ } a = 1, b = 7, c = 10$$

ತಾಳೆ ನೋಡಲಾಗಿ

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$$

$$-2 + (-5) = \frac{-7}{1}$$

$$-2 - 5 = -7$$

$$-7 = -7$$

ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

$$\alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$(-2)(-5) = \frac{10}{1}$$

$$10 = 10$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ: ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಶೂನ್ಯತೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಹಗುಣಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

1) $P(x) = x^2 - 2x - 8$ Ans: $\alpha = 4$ ಮತ್ತು $\beta = -2$

2) $P(x) = 4x^2 - 4x + 1$ Ans: $\alpha = \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\beta = \frac{1}{2}$

3) $P(x) = x^2 - 3x + 2$ Ans: $\alpha = 2$ ಮತ್ತು $\beta = 1$

4) $P(x) = x^2 + 5x + 6$ Ans: $\alpha = -2$ ಮತ್ತು $\beta = -3$

ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು:

1) $P(x) = x^2 - 5x + 6$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\alpha + \beta = 5$ (1M ಜೂನ್- 2023)

2) $f(x) = x^2 - 15x + 50$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\alpha = 10$ ಮತ್ತು $\beta = 5$ (2M ಎಪ್ರಿಲ್- 2018)

2) $P(x) = 2x^2 - 6x + k$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅವುಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧದ ಅರ್ಧದಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $k = 12$ (2M ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್- 2020)

3) $P(x) = x^2 - 6x + k$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆಯು ಇನ್ನೊಂದು ಶೂನ್ಯತೆಯ ಎರಡರಷ್ಟು ಆದಾಗ 'k' ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $k = 8$ (2M ಎಪ್ರಿಲ್- 2020)

4) ಒಂದು ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $P(x) = ax^2 + bx - 4$ ರ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\frac{1}{4}$ ಮತ್ತು 1 ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ a ಮತ್ತು b ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $a = 4$ ಮತ್ತು $b = -1$ (2M ಜೂನ್- 2019)

5) 'k' ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $P(x) = x^2 - x - (2k + 2)$ ರ ಒಂದು ಶೂನ್ಯತೆಯು -4 ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $k = 9$ (2M ಜೂನ್- 2019)

6) $P(x) = ax^2 + bx + c$ ವರ್ಗ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಶೂನ್ಯತೆಗಳ ಮೊತ್ತ -3 ಮತ್ತು ಗುಣಲಬ್ಧ 2 ಆದರೆ $b + c = 5a$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. (2M ಎಪ್ರಿಲ್- 2019)

14.2

ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳು

2 / 3 ಅಂಕ

1) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ ಅನ್ನು $g(x) = x^2 - x + 1$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ $q(x)$ ಮತ್ತು ಶೇಷ $r(x)$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (3M ಜೂನ್- 2023)

ಪ: $(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 3$, $g(x) = x^2 - x + 1$

$$\begin{array}{r}
 x \\
 x^2 - x + 1 \overline{) x^3 - 3x^2 + 5x - 3} \\
 \underline{x^3 - 3x^2 + 1x} \\
 4x - 3
 \end{array}$$

∴ ಭಾಗಲಬ್ಧ $q(x) = x$ ಮತ್ತು ಶೇಷ $r(x) = 4x - 3$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

- $P(x) = 3x^3 + x^2 + 2x + 5$ ಅನ್ನು $g(x) = x^2 + 2x + 1$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿ, ಭಾಗಲಬ್ಧ $q(x)$ ಮತ್ತು ಶೇಷ $r(x)$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $q(x) = 3x - 5$ ಮತ್ತು $r(x) = 9x + 10$ (3M ಎಪ್ರಿಲ್- 2023)(2M ಎಪ್ರಿಲ್- 2019)
- $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ ಈ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯಿಂದ ಕನಿಷ್ಠ ಡಿಗ್ರಿ ಇರುವ ಯಾವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದು $g(x) = x^2 + 2x + 1$ ರಿಂದ ಪೂರ್ಣವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. Ans: ಡಿಗ್ರಿ 1 ಇರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $2x + 4$ (2M ಎ- 2020)
- $P(x) = 2x^2 + 3x + 1$ ಅನ್ನು $g(x) = x + 2$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $q(x) = 2x - 1$ ಮತ್ತು $r(x) = 3$ (2M ಜೂನ್- 2019)
- $P(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 6$ ಅನ್ನು $g(x) = x + 1$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $q(x) = x^2 + 3x - 8$ ಮತ್ತು $r(x) = 14$ (3M ಜೂನ್- 2017)(2M ಜೂನ್- 2016)

ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು:

- $f(x) = x^2 + 5x + 6$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯ ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವು $(x + 3)$ ಆದರೆ ಮತ್ತೊಂದು ಅಪವರ್ತನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $x + 2$ (2M ಜೂನ್- 2018)
- ಬಹುಪದೋಕ್ತಿ $P(x)$ ನ್ನು $(2x - 1)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಲಭಿಸುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಶೇಷಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $(7x^2 + x + 5)$ ಮತ್ತು 4 ಆದರೆ, $P(x)$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $p(x) = 14x^3 - 5x^2 - 9x - 1$ (2M ಎಪ್ರಿಲ್- 2017)
- $P(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗೆ ಏನನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ಬರುವ ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಯು $x^2 + 2x - 3$ ರಿಂದ ನಿಶ್ಚೇಷವಾಗಿ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. Ans: $(x - 2)$ ರಿಂದ ಕಳೆದಾಗ (2M ಜೂನ್- 2016)
- ಬಹುಪದೋಕ್ತಿಗಳಾದ $P(x) = ax^3 + 3x^2 - 13$ ಮತ್ತು $g(x) = 2x^3 - 4x + a$ ಇವುಗಳನ್ನು $(x - 3)$ ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಬರುವ ಶೇಷವು ಎರಡೂ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ, 'a' ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $a = 11$ (3M ಜೂ- 2015)
- $(x^3 - 3x^2 + ax - 10)$ ರ ಅಪವರ್ತನವು $(x - 5)$ ಆದಾಗ 'a' ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $a = -8$ (2M ಎ- 2015)

15	ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ/ ವರ್ಗ ಪೂರ್ಣ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು/ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	2 ಅಂಕ
15.1	ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಬಿಡಿಸುವುದು	ಅಂಕ 2

1) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ

ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಡಿಸಿ : $x^2 - 3x + 1 = 0$

ಪ: $x^2 - 3x + 2 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

ಇಲ್ಲಿ $a = 1, b = -3, c = 2$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$x = \frac{3+1}{2} \quad \text{ಅಥವಾ} \quad x = \frac{3-1}{2}$$

$$x = \frac{4}{2} \quad \text{ಅಥವಾ} \quad x = \frac{2}{2}$$

$$x = 2 \quad \text{ಅಥವಾ} \quad x = 1$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ :

1) $x^2 - 3x + 1 = 0$ Ans: $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ OR $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ (ಜೂ-2023)(ಜು-2022)

3) $x^2 + 5x + 2 = 0$ Ans: $\frac{-5+\sqrt{17}}{2}$ OR $\frac{-5-\sqrt{17}}{2}$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2022)

5) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ Ans: 3 ಅಥವಾ $\frac{-1}{2}$ (ಮಾರ್ಚ್-2019)

7) $x^2 - 12x + 27 = 0$ Ans: 9 ಅಥವಾ 3 (ಮಾರ್ಚ್-2018)

9) $x^2 - 7x + 12 = 0$ Ans: 4 ಅಥವಾ 3 (ಜೂನ್-2016)

11) $x^2 + 7x + 12 = 0$ Ans: -4 ಅಥವಾ -3 (ಜೂನ್-2015)

13) $x^2 + 4x + 4 = 0$ Ans: -2 ಅಥವಾ -2

15) $x^2 + 2x + 3 = 0$ Ans: $-1 + \sqrt{-2}$ OR $-1 - \sqrt{-2}$

2) ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ

ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಬಿಡಿಸಿ : $x^2 + 7x + 5 = 0$

ಪ: $x^2 + 7x + 5 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ ಇಲ್ಲಿ $a = 1, b = 7, c = 5$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(5)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 20}}{2}$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{2}$$

$$x = \frac{7 + \sqrt{29}}{2} \quad \text{ಅಥವಾ} \quad x = \frac{7 - \sqrt{29}}{2}$$

2) $2x^2 - 5x + 1 = 0$ Ans: $\frac{5+\sqrt{17}}{4}$ OR $\frac{5-\sqrt{17}}{4}$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2023)

4) $x^2 - 3x - 10 = 0$ Ans: 5 ಅಥವಾ -2 (ಜೂನ್-2019)

6) $(2x + 3)(3x - 2) + 2 = 0$ Ans: $\frac{1}{2}$ ಅಥವಾ $\frac{-4}{2}$ (ಜೂನ್-2018)

8) $x^2 - 2x - 4 = 0$ Ans: $1 + \sqrt{5}$ OR $1 - \sqrt{5}$ (ಜೂನ್-2017)

10) $x^2 - 4x + 2 = 0$ Ans: $2 + \sqrt{2}$ OR $2 - \sqrt{2}$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2016, 2015)

12) $x^2 - 2x = 2$ Ans: $1 + \sqrt{3}$ OR $1 - \sqrt{3}$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2014)

14) $x^2 - 4x + 4 = 0$ Ans: 2 ಅಥವಾ 2

15) $x^2 + 5x + 3 = 0$ Ans: $\frac{-5+\sqrt{13}}{2}$ OR $\frac{-5-\sqrt{13}}{2}$

15.2

ವರ್ಗ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸುವುದು

ಅಂಕ 2

1) $x^2 - 3x + 10 = 0$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ. (ಜೂನ್- 2023)

$$\text{ಪ: } x^2 - 3x + 10 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 10 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 10 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-9}{4} + 10\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-9 + 40}{4}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{31}{4}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{31}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{31}{4}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm \sqrt{\frac{-31}{4}}$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{-31}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{-31}}{2}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{-31}}{2} \quad \text{OR} \quad x = \frac{3 - \sqrt{-31}}{2}$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ :

2) $5x^2 - 6x - 2 = 0$ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ. (ಏಪ್ರಿಲ್- 2023)

$$\text{ಪ: } 5x^2 - 6x - 2 = 0 \rightarrow \div 5$$

$$x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{2}{5} = 0$$

$$\left(x - \frac{6}{5 \times 2}\right)^2 - \left(\frac{6}{5 \times 2}\right)^2 - \frac{2}{5} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \frac{2}{5} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 - \frac{9}{25} - \frac{2}{5} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{9}{25} + \frac{2}{5}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{9 + 10}{25}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{19}{25}\right) = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{19}{25}$$

$$x - \frac{3}{5} = \pm \sqrt{\frac{19}{25}}$$

$$x - \frac{3}{5} = \pm \frac{\sqrt{19}}{5}$$

$$x = \frac{3}{5} \pm \frac{\sqrt{19}}{5}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{5}$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{19}}{5} \quad \text{OR} \quad x = \frac{3 - \sqrt{19}}{5}$$

1) $x^2 + 4x + 4 = 0$ **Ans : $x = -2$ ಅಥವಾ $x = -2$**

2) $x^2 - 4x + 4 = 0$ **Ans : $x = 2$ ಅಥವಾ $x = 2$**

3) $2x^2 - 3x - 3 = 0$ **Ans : $x = \frac{3 + \sqrt{33}}{4}$ OR $x = \frac{3 - \sqrt{33}}{4}$**

4) $x^2 + 5x + 6 = 0$ **Ans : $x = -2$ ಅಥವಾ $x = -3$**

15.3	ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ	ಅಂಕ 2
<p>1) $2x^2 - 3x + 5 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.</p> <p>ಪ: $2x^2 - 3x + 5 = 0$</p> $ax^2 + bx + c = 0$ <p>$a = 2, b = -3, c = 5$</p> $b^2 - 4ac$ $= (-3)^2 - 4(2)(5)$ $= 9 - 40$ $= -31 < 0$ <p>$\therefore b^2 - 4ac < 0$</p> <p>\therefore ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.</p>	<p>ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ: ಈ ಕೆಳಗಿನ ವರ್ಗಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳನ್ನು ವಿವೇಚಿಸಿ.</p> <p>2) $2x^2 - 4x + 3 = 0$ (1M ಎ-2023, ಮಾ-2019)</p> <p>Ans: ಯಾವುದೇ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.</p> <p>3) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ (ಜುಲೈ-2022)</p> <p>Ans: ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.</p> <p>4) $x^2 + 4x + 4 = 0$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2022)</p> <p>Ans: ಎರಡು ಸಮನಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.</p> <p>5) $2x^2 - 5x - 1 = 0$ (1M ಸೆ-2020, 2M ಜೂ-2018)</p> <p>Ans: ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.</p> <p>6) $2x^2 - 5x + 3 = 0$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2020)</p> <p>Ans: ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.</p> <p>7) $x^2 - 2x - 3 = 0$ (ಜೂನ್- 2017)</p> <p>Ans: ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನವಾದ ವಾಸ್ತವ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.</p> <p>8) $x^2 - 2x + 3 = 0$ ಮೂಲಗಳು ಉಹಾತ್ಮಕ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.</p> <p>Ans: $b^2 - 4ac = -8 < 0$ (ಎ-2017)</p>	
<p>2) $2x^2 + kx + 3 = 0$ ವರ್ಗ ಸಮೀಕರಣವು ಸಮನಾದ ಎರಡು ಮೂಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ kಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>ಪ: $2x^2 + kx + 3 = 0$</p> $ax^2 + bx + c = 0$ <p>$a = 2, b = k, c = 3$</p> $b^2 - 4ac = 0 \text{ (ಮೂಲಗಳು ಸಮ)}$ $k^2 - 4(2)(3) = 0$ $k^2 - 24 = 0$ $k^2 = 24$ $k = \pm \sqrt{24}$ $k = \pm \sqrt{4 \times 6}$ <p>$k = \pm 2\sqrt{6}$</p>	<p>ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ :</p> <p>ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಗಳು ಸಮವಾದರೆ, k ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.</p> <p>1) $x^2 - 4x + k = 0$ Ans: $k = 4$</p> <p>2) $kx^2 - 4x - 21 = 0$ Ans: $k = 1$</p> <p>3) $x^2 + kx + 4 = 0$ Ans: $k = \pm 4$</p> <p>4) $x^2 + 8x + k = 0$ Ans: $k = 16$</p> <p>5) $x^2 + kx + 9 = 0$ Ans: $k = \pm 6$</p> <p>6) $x^2 - 2x + k = 0$ Ans: $k = 1$</p>	

16

ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿ ಅನುಪಾತಗಳ ಆಧಾರಿತ ಸರಳ ಸಮಸ್ಯೆ

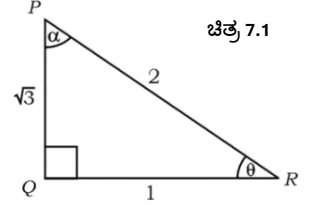
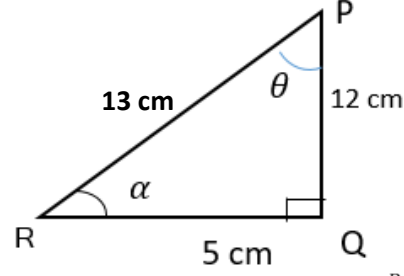
2 ಅಂಕ

1) ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\sin \theta$ ಮತ್ತು $\cos \alpha$ ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಐ:

$$\sin \theta = \frac{\text{ಅಭಿಮುಖ}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{QR}{PR} = \frac{5}{13}$$

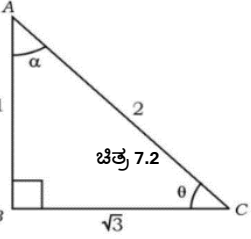
$$\cos \alpha = \frac{\text{ಪಾರ್ಶ್ವ}}{\text{ವಿಕರ್ಣ}} = \frac{QR}{PR} = \frac{5}{13}$$



ಲಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

1) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರ 7.1 ರಲ್ಲಿ $\cos \alpha$ ಮತ್ತು $\tan \theta$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ಮತ್ತು $\tan \theta = \sqrt{3}$ (ಜೂನ್- 2023)

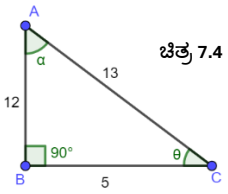


2) ಚಿತ್ರ 7.2 ರಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^\circ$ ಆದರೆ $\sin \theta$ ಮತ್ತು $\cos \alpha$ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ (ಎಪ್ರಿಲ್- 2023)

3) ಚಿತ್ರ 7.3 ರಲ್ಲಿ ABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ $AB = 24$ cm, $BC = 7$ cm ಮತ್ತು $AC = 25$ cm

$\sin \alpha$ ಮತ್ತು $\cos \alpha$ ಇವುಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\sin \alpha = \frac{24}{25}$ ಮತ್ತು $\cos \alpha = \frac{7}{25}$ (ಜೂನ್- 2022)



4) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರ 7.4 ರಲ್ಲಿ ಕೆಳಗಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) $\cos \alpha$ ಮತ್ತು ii) $\tan \theta$ Ans: i) $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ ಮತ್ತು ii) $\tan \theta = \frac{12}{5}$ (ಎಪ್ರಿಲ್- 2022)

5) $\cos \theta = \frac{24}{25}$ ಆದಾಗ, $\sec \theta$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\sec \theta = \frac{25}{24}$ (1M ಸೆ- 2020)

6) $\sin^2 A = 0$ ಆದಾಗ, $\cos A$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\cos A = 1$ (1M ಸೆ- 2020)

7) $13 \sin \theta = 12$ ಆದರೆ $\operatorname{cosec} \theta$ ನ ಬೆಲೆ \rightarrow a) $\frac{12}{5}$ b) $\frac{13}{5}$ c) $\frac{12}{13}$ d) $\frac{13}{12}$ Ans: d) $\frac{13}{12}$ (1M ಎಪ್ರಿಲ್- 2020)

8) $\sin \theta = \frac{12}{13}$ ಆದರೆ $\cos \theta$ ಮತ್ತು $\tan \theta$ ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂ.ಹಿ. Ans: $\cos \theta = \frac{5}{13}$ ಮತ್ತು $\tan \theta = \frac{12}{5}$ (ಎಪ್ರಿಲ್- 2019)

9) ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ 'theta' ಒಂದು ಲಘುಕೋನವಾಗಿದೆ. 'theta' ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, ಕೆಳಗಿನ

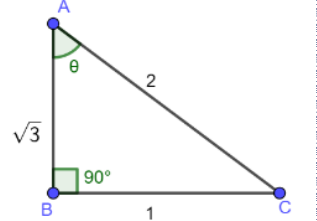
ತ್ರಿಕೋನಮಿತಿಯ ಅನುಪಾತಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ. a) $\sin \theta$ b) $\cos \theta$ c) $\operatorname{cosec} \theta$ d) $\sec \theta$

Ans: a) $\sin \theta = \frac{1}{2}$ b) $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\operatorname{cosec} \theta = 2$ d) $\sec \theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (ಜೂನ್- 2018)

10) $\sin \theta = \frac{5}{13}$ ಆದರೆ $\operatorname{cosec} \theta$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂ.ಹಿ. Ans: $\operatorname{cosec} \theta = \frac{13}{5}$ (1M ಎ- 2018)

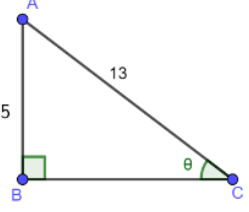
11) $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ಮತ್ತು $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ಆದರೆ $\sin \theta$ ನ ಬೆಲೆ \rightarrow a) $\sqrt{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{3}{2}$ Ans: b) $\frac{1}{2}$ (1M ಎ- 2017)

12) $\sin x = \frac{3}{5}$ ಆದರೆ, $3 \operatorname{cosec} x$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $3 \operatorname{cosec} x = 5$ (1M ಜೂನ್- 2016)



13) $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ಆದರೆ, $\operatorname{cosec} \theta$ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\operatorname{cosec} \theta = \frac{5}{3}$ (1M ಎಪ್ರಿಲ್- 2016)

14) $24 \tan \theta = 7$ ಆದರೆ i) $\sin \theta$ ii) $\cos \theta$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: i) $\sin \theta = \frac{7}{25}$ ii) $\cos \theta = \frac{24}{25}$ (ಜೂನ್-2015)



15) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ $\cos \theta$ ಮತ್ತು $\tan \theta$ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\cos \theta = \frac{12}{13}$ ಮತ್ತು $\tan \theta = \frac{5}{12}$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2015)

16) $\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ, $\angle B$ ಯು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. $AB = 24$ cm, $BC = 7$ cm ಆದರೆ $\sin A$, $\cos A$ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\sin A = \frac{7}{25}$ ಮತ್ತು $\cos A = \frac{24}{25}$

17) $\sin A = \frac{3}{5}$ ಆದರೆ, $\cos A$ ಮತ್ತು $\tan A$ ಬೆಲೆ ಲೆಕ್ಕಿಸಿ.

Ans: $\cos A = \frac{4}{5}$ ಮತ್ತು $\tan A = \frac{3}{4}$

18) $15 \cot A = 8$ ಆದರೆ, $\sin A$ ಮತ್ತು $\sec A$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\sin A = \frac{15}{17}$ ಮತ್ತು $\sec A = \frac{17}{8}$

19) $\sec A = \frac{13}{12}$ ಆದರೆ, $\tan A$ ಮತ್ತು $\operatorname{cosec} A$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\tan A = \frac{5}{12}$ ಮತ್ತು $\operatorname{cosec} A = \frac{13}{5}$

20) $\sqrt{3} \tan \theta = 1$ ಆದರೆ, $\sin \theta$ ಮತ್ತು $\cos \theta$ ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

17

ಸಂಭವನೀಯತೆ ಆಧಾರಿತ ಸಮಸ್ಯೆ

2 ಅಂಕ

1) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 10 ರಿಂದ 18 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ನಮೂದಾಗಿರುವ 9 ಕಾರ್ಡುಗಳನ್ನು ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆದಾಗ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಜೂನ್- 2023)

ಪ: $S = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\} \Rightarrow n(S) = 9$

ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆದಾಗ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಘಟನೆ

$E = \{11, 13, 17\} \Rightarrow n(E) = 3$

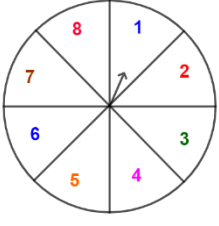
\therefore ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆದಾಗ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ

$$\text{ಸಂಭವನೀಯತೆ} = P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

ಅಭ್ಯಾಸಕ್ಕಾಗಿ:

2) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 9 ರಿಂದ 19 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ನಮೂದಿಸಿರುವ ಕಾರ್ಡುಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಕಾರ್ಡನ್ನು ತೆಗೆದಾಗ ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\frac{4}{11}$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2023)

3) ಇಂಗ್ಲೀಷ್ ವರ್ಣಮಾಲೆಯ ಅಕ್ಷರಗಳಿಂದ ಗಳನ್ನು ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳದ ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ ಗುರುತಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದಾಗ ಮೇಲೆ ಬರುವ ಮುಖದಲ್ಲಿ ಸ್ವರಾಕ್ಷರ (vowel) ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. Ans: $\frac{1}{2}$ (ನವೆಂಬರ್- 2020)



4) ಒಂದು ಅವಕಾಶದ ಆಟದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸೂಚಕವು ಚಕ್ರಾಕಾರವಾಗಿ ತಿರುಗಿ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ಅಂಕಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಅಂಕೆಯನ್ನು ಸೂಚಿಸುವಂತೆ ನಿಶ್ಚಲವಾಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಇವೆಲ್ಲವೂ ಸಮಾನ ಸಾಧ್ಯತೆಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಸೂಚಕವು ಸೂಚಿಸುವ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\frac{1}{2}$ (ಸೆಪ್ಟೆಂಬರ್- 2020)

5) ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 3 ಕೆಂಪು ಚೆಂಡುಗಳು, 5 ಬಿಳಿ ಚೆಂಡುಗಳು ಮತ್ತು 8 ನೀಲಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ. ಚೀಲದಿಂದ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಒಂದು ಚೆಂಡನ್ನು ಹೊರತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಆ ಚೆಂಡು (i) ಒಂದು ಕೆಂಪು ಚೆಂಡು ಆಗಿರುವ, (ii) ಬಿಳಿ ಚೆಂಡು ಆಗಿರದ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: i) $\frac{3}{16}$ ii) $\frac{11}{16}$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2020)

6) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 1 ರಿಂದ 90 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ನಮೂದಾಗಿರುವ 90 ಬಿಲ್ಲೆಗಳಿವೆ. ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಬಿಲ್ಲೆಯನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ತೆಗೆದರೆ, ಅದು ಒಂದು ಪೂರ್ಣ ವರ್ಗ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂ.ಹಿ.

Ans: $\frac{1}{10}$ (ಜೂನ್- 2019)

7) ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳವನ್ನು ಎರಡು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ.

ಹಾಗಾದರೆ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತ 10 ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\frac{1}{12}$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2019)

8) ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವ ಎರಡು ಕುಂದಿಲ್ಲದ ದಾಳಗಳನ್ನು ಒಮ್ಮೆಗೆ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳ ಮುಖಗಳ ಮೇಲಿನ ಮೊತ್ತ 7 ಪಡೆಯುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\frac{1}{6}$ (ಜೂನ್- 2018)

9) ಮುಖಗಳ ಮೇಲೆ 1 ರಿಂದ 6 ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿರುವ ಒಂದು ದಾಳವನ್ನು ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮೇಲಿನ ಮುಖದಲ್ಲಿ ಸಮಸಂಖ್ಯೆ ಅಥವಾ '3' ರ ಅಪವರ್ತನ ಬರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\frac{2}{3}$ (ಎಪ್ರಿಲ್-2019)

10) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 4 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು 3 ಕಪ್ಪು ಗೋಲಿಗಳಿವೆ. 4 ಗೋಲಿಗಳನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಆರಿಸಲಾದಾಗ, ಎರಡು ಗೋಲಿಗಳು ಕೆಂಪು ಇರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\frac{18}{35}$ (ಜೂನ್- 2017)

11) A ಯು ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರಯೋಗದ ಘಟನೆ. $P(A):P(\bar{A}) = 5:1$ ಆದರೆ $P(A)$ ಮತ್ತು $P(\bar{A})$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $P(A) = \frac{5}{6}$ ಮತ್ತು $P(\bar{A}) = \frac{1}{6}$ (ಎಪ್ರಿಲ್- 2017)

12) 10 ರಿಂದ 18 ರವರೆಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಆರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\frac{1}{3}$ (ಜೂನ್- 2016)

13) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ 500 ಕೈಗಡಿಯಾರಗಳಿವೆ. ಅದರಲ್ಲಿ 50 ಕೈಗಡಿಯಾರಗಳು ದೋಷ ಪೂರಿತವಾಗಿವೆ. ಆ ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಿಂದ ಒಂದು ಕೈಗಡಿಯಾರವನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿದಾಗ ಅದು ದೋಷಪೂರಿತವಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\frac{1}{10}$ (ಎಪ್ರಿಲ್- 2016)

14) ಕುಂದಿಲ್ಲದ ಒಂದು ಘನಾಕೃತಿಯ ದಾಳದ ಮುಖಗಳನ್ನು 1 ರಿಂದ 6 ಅಂಕಗಳಿಂದ ಗುರುತಿಸಿ, ಒಂದು ಬಾರಿ ಉರುಳಿಸಿದಾಗ, ಮೇಲೆ ಕಾಣುವ ಮುಖದಲ್ಲಿ ವರ್ಗಸಂಖ್ಯೆ ಇರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Ans: $\frac{1}{3}$ (ಜೂನ್- 2015)



ಧನ್ಯವಾದಗಳು

ಶುಭವಾಗಲಿ

